(14)

5929

I

BRAHMANAND COLLEGE LIBRARY Kalkaji, New Delhi-19

Unique Paper Code: 227302

Name of the Paper: Intermediate Macroeconomics – I

Name of the Course: B.A. (H) Economics

Semester: III 2018

Duration: 3 Hours

Maximum Marks: 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this paper.

2. All questions are compulsory. Attempt any two parts from each question.

3. Marks are indicated against each question.

4. All notations have their standard meanings.

5. Answers may be written in English or Hindi but the same medium should be used throughout the paper.

परीक्षार्थियों हेतु अनुदेश

1. इस प्रश्न पत्र के प्राप्त होते ही तुरन्तु सबसे ऊपर अपना रोल नम्बर लिखिए।

2. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक भाग से किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए।

3. अंक प्रत्यक प्रश्न के आगे दिए गए हैं।

4. सभी संकेतों के मानक प्रचलित अर्थ हैं।

5. उत्तर हिन्दी में या अंग्रेजी में दिए जा सकते हैं परन्तु पूरे पेपर में एक ही माध्यम का उपयोग किया जाना चाहिए।

1. a. "An increase in monetary growth (a monetary expansion) leads to a decrease in nominal interest rates in the short run, but to an increase in nominal interest rates in the medium run." Explain. (7.5)

b. Consider an economy in medium-run equilibrium. Examine the medium-run impact of an increase in petroleum prices on the level of output and the rate of unemployment in this economy.

(7.5)

c. Consider two alternatives for income contraction. One is the removal of an investment subsidy; the other is a rise in income tax rates. Use the IS-LM model and the investment schedule, to discuss the impact of these alternative policies on income, interest rates and investment.

(7.5)

a. "मौद्रिक वृद्धि (मौद्रिक प्रसरण) के कारण मौद्रिक ब्याज दरों में लघुकाल में कमी होती है परन्तु मध्यमकाल में वृद्धि होती है।" समझाइए।

(7.5)

b. मध्यमकालीन साम्यावस्था में स्थित एक अर्थव्यवस्था पर विचार कीजिए। इस अर्थव्यवस्था में पैट्रोलियम कीमतों में वृद्धि के परिणामस्वरूप उत्पाद के स्तर व बेरोजगारी की दर पर मध्यम काल में होने वाले प्रभावों का परीक्षण कीजिए।

(7.5)

c. आय में संकुचन हेतु दो विकल्पों पर विचार कीजिए। एक है निवेश अनुदान को हटाना, व दूसरा है आयकर की दरों में वृद्धि। IS-LM मॉडल व निवेश अनुसूची की सहायता से इन वैकल्पिक नीतियों के परिणामस्वरूप आय, ब्याज दरों व निवेश पर होने वाले प्रभावों का विवेचन कीजिए।

(7.5)

2. a. Consider an economy where all economic agents have rational expectations and characterized by the following system:

Aggregate Demand: $M_t + \bar{V}_t = P_t + y_t$
Aggregate Supply: $y_t = y_p + \beta (P_t - {}_{t-1}P_t^e)$
Money-supply rule: $Mt = \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, where $E(\varepsilon_t \mid I_{t-1}) = 0$

The notations have their usual meanings.

Show that only unpredictable money supply changes can affect the level of output in this system. Predictable money supply changes have no effect on output or any real variable.

3. a. What is the difference between the original Phillips curve and the expectations-augmented Phillips curve? In this context, explain why the natural rate of unemployment is called non-accelerating inflation rate of unemployment (NAIRU).
(7.5)

b. Bring out the merits and limitations of using adaptive expectations as a method of forming expectations of macroeconomic variables. Discuss the model inconsistency problem associated with this method.
(7.5)

c. Explain using the AS-AD Model how the output eventually returns to the medium run in response to a monetary expansion? If expectations are rational is money neutral in the short run? (5, 2.5)
(7.5)

a. आधारभूत फिलिप्स वक्र व प्रत्याशा-संवर्द्धित फिलिप्स वक्र में क्या अन्तर है? इस सन्दर्भ में समझाइए कि बेरोजगारी की प्राकृतिक दर को अत्वरणशील स्फीति वाली बेरोजगारी दर (non-accelerating inflation rate of unemployment, NAIRU) क्यों कहा जाता है?
(7.5)

b. समष्टि अर्थशास्त्रीय चरों की प्रत्याशाएँ बनाने की एक विधि के तौर पर अनुकूलनशील प्रत्याशा परिकल्पना (adaptive expectations hypothesis) के गुण व दोषों का विवेचन कीजिए। इस विधि के साथ सम्बन्धित मॉडल असुसंगतता (model inconsistency) की समस्या का भी विवेचन कीजिए।
(7.5)

c. AS-AD मॉडल की सहायता से समझाइए कि मौद्रिक प्रसरण के परिणामस्वरूप उत्पाद अन्ततः अपने मध्यमकालीन साम्यावस्था वाले स्तर पर क्यों पहुँच जाता है। यदि प्रत्याशाएँ तर्कसंगत (rational) हों तो क्या मुद्रा लघुकाल में भी उदासीन होती है? (5, 2.5)
(7.5)

4. a. What is the role of expectations and the risk premium in the portfolio balance approach? Discuss the portfolio adjustment for an increase in domestic price level under flexible exchange rates using the portfolio balance approach.
(4, 3.5)

b. Why does exchange rate always overshoot its long run equilibrium following a monetary expansion? Explain.
(7.5)

c. Consider an economy characterised by fixed exchange rate and flexible domestic price level and fixed foreign price level. Suppose the economy was initially at unemployment and trade deficit. Using the AD-AS framework, explain how the

b. Discuss the role of the parameters α_G, h, b and k in the transmission mechanism linking an increase in government spending to the resulting change in equilibrium income. (The notations have their usual meanings.)

(7.5)

c. Using appropriate diagrams show the impact of a fiscal contraction on output, interest rate and price level under Classical and Keynesian supply conditions.

(7.5)

a. एक ऐसी अर्थव्यवस्था पर विचार कीजिए जिसमें सभी आर्थिक अभिकर्ताओं की प्रत्याशाएँ तर्कसंगत (rational) हैं तथा जो निम्नलिखित समीकरण निकाय के द्वारा वर्णित की जाती है:

समग्र मांग: $M_t + \bar{V}_t = P_t + y_t$

समग्र आपूर्ति: $y_t = y_p + \beta (P_t - {}_{t-1}P_t^e)$

मुद्रा-आपूर्ति नियम: $Mt = \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, where $E(\varepsilon_t \mid I_{t-1}) = 0$

सभी प्रतीकों के मानक प्रचलित अर्थ हैं।

दर्शाइए कि इस तन्त्र में केवल मुद्रा की आपूर्ति में अप्रत्याशित परिवर्तन उत्पाद के स्तर को प्रभावित कर सकते हैं। मुद्रा की आपूर्ति में प्रत्याशित परिवर्तनों का उत्पाद या किसी भी वास्तविक चर पर कोई प्रभाव नहीं होता।

(7.5)

b. सरकारी व्यय में वृद्धि को इसके परिणामस्वरूप आय के साम्यावस्था (equilibrium) स्तर में होने वाली वृद्धि से जोड़ने वाली संचरण क्रियाविधि में प्राचलों α_G, h, b व k की भूमिका का विवेचन कीजिए। (सभी प्रतीकों के मानक प्रचलित अर्थ हैं।)

(7.5)

c. राजकोषीय संकुचन के परिणामस्वरूप उत्पाद, ब्याज दर व कीमत स्तर पर क्लासिकीय व केन्जीय आपूर्ति स्थितियों में होने वाले परिवर्तनों को उपयुक्त रेखाचित्रों की सहायता से दर्शाइए।

(7.5)

problems can be overcome automatically. Suppose exchange rate was flexible how would it affect the trade balance?

(5, 2.5)

a. निवेश-सूची सन्तुलन दृष्टिकोण (portfolio balance approach) में प्रत्याशाओं व जोखिम अधिलाभ (risk premium) की क्या भूमिका है? लचीली विनिमय दरों के अधीन घरेलू कीमत स्तर में वृद्धि के परिणामस्वरूप निवेश-सूची में होने वाले समायोजनों को निवेश-सूची सन्तुलन दृष्टिकोण की सहायता से समझाइए।

(4, 3.5)

b. मौद्रिक प्रसरण के परिणामस्वरूप विनिमय दर हमेशा अपने दीर्घकालीन साम्यावस्था वाले स्तर आगे क्यों निकल जाती है? समझाइए। (7.5)

c. स्थिर विनिमय दर, लचीले कीमत स्तर तथा स्थिर विदेशी कीमत स्तर वाली एक अर्थव्यस्था पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि यह अर्थव्यवस्था प्रारम्भ में बेरोजगारी व व्यापार घाटे की स्थिति में थी। AD-AS तन्त्र की सहायता से समझाइए कि ये समस्याएँ स्वतः ही किस प्रकार सुलझ जाएँगी। मान लीजिए कि विनिमय दर लचीली थी, तो इससे व्यापार सन्तुलन पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

(5, 2.5)

5. a. What is the difference between uncovered and covered interest arbitrage? Illustrate with an example how the net gain from covered interest arbitrage tends to diminish as covered interest arbitrage continues?

(4, 3.5)

b. (i) Under fixed exchange rate, perfect capital mobility and fixed price level, the Central Bank cannot run an independent monetary policy. However, an increase in budget deficit would have the opposite effect. Explain.

(5)

(ii) Assume the following exchange rates:

$2 = £1 in New York
¥410 = £1 in London
¥200 = $1 in Tokyo

Indicate how profitable triangular, or three point, arbitrage can take place.

(2.5)

c. (i) Distinguish between absolute Purchasing Power Parity (PPP) and relative Purchasing Parity. Is it true that if the absolute PPP held, the relative PPP would also hold, but when the relative PPP holds, the absolute PPP need not hold? Explain.

(4, 2)

(ii) Why does the relative PPP theory tend to predict overvalued exchange rates for developed nations and undervalued exchange rates for developing nations?

(1.5)

a. आच्छादित (covered) व अनाच्छादित (uncovered) ब्याज अन्तरपणन (interest arbitrage) के मध्य क्या अन्तर है? एक उदाहरण की सहायता से समझाइए कि आच्छादित ब्याज अन्तरपणन से होने वाला निवल लाभ इस अन्तपणन के जारी रहने से किस प्रकार कम होता रहता है।

(4, 3.5)

b. (i) स्थिर विनिमय दर, पूंजी की पूर्ण गतिशीलता तथा स्थिर कीमत स्तर के अधीन केन्द्रीय बैंक स्वतन्त्र मौद्रिक नीति नहीं चला सकता, परन्तु बजट घाटे में वृद्धि का प्रभाव इससे विपरीत होगा। समझाइए।

(5)

(ii) मान लीजिए कि विनिमय दरें निम्न प्रकार है:

न्यूयॉर्क में $2 = £1$

लन्दन में ¥410 = £1

टोकियो में ¥200 = $1

दर्शाइए कि किस प्रकार त्रिकोणात्मक या त्रि-बिन्दु अन्तरपणन हो सकता है।

(2.5)

c. (i) निरपेक्ष (absolute) क्रयशक्ति समता (purchasing power parity) व सापेक्ष (relative) क्रयशक्ति समता के मध्य अन्तर स्पष्ट कीजिए। क्या यह सत्य है कि यदि निरपेक्ष PPP लागू हो तो सापेक्ष PPP भी लागू होगी; परन्तु जब सापेक्ष PPP लागू हो तो निरपेक्ष PPP भी लागू हो, ऐसा आवश्यक नहीं है। समझाइए।

(4, 2)

(ii) सापेक्ष PPP में विकसित राष्ट्रों हेतु अधिक मूल्य वाली (overvalued) विनिमय दरें व विकासशील राष्ट्रों हेतु कम मूल्य वाली (undervalued) विनिमय दरें पूर्वकथित करने की प्रवृत्ति क्यों होती है? (1.5)

(15)

14/12

(This question paper contains printed pages)

DESHBANDHU COLLEGE LIBRARY Kalkaji New Delhi-19

Roll Number:

Serial Number of question paper: 5931

Unique Paper Code: 227304

Name of the Paper: Introductory Econometrics

Name of the Course: B.A. (Honours) Economics

Semester/ Annual: Semester 3 2018

Duration: 3 hours

Maximum Marks: 75

Instructions for Candidates

1. **Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.**
2. **Answers may be written in *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.**
3. **The question paper consists of *seven* questions. Attempt any *five* questions.**
4. **Each question carries 15 marks.**
5. **Use of simple non-programmable calculator is allowed.**
6. **Statistical tables are attached for your reference.**

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न– पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. इस प्रश्न– पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए. लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।
3. इस प्रश्न–पत्र में कुल सात प्रश्न है। किन्ही पाँच प्रश्नों का उत्तर दीजिए।
4. सभी प्रश्नों के अंक समान (15) है।
5. सरल गैरप्रोग्राम कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति दी जाती है।
6. आपके सन्दर्भ के लिए सांख्यिकी टेबल प्रश्न–पत्र के अंत में दी गयी है।

Q1. State whether the following statements are true or false. Give reasons or proof for your answer.

a) The means of the actual Y values and the estimated Y values are always the same, if the least squares method is used for estimating the PRF: $Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$.

b) In a simple regression model, the F- statistic of goodness-of-fit is equal to the square of t-statistic of estimated slope coefficient.

c) Suppose that the coefficient of a variable in a regression equation is significantly different from zero at 20% level of significance. If we drop this variable from the regression, both R^2 and adjusted R^2 will necessarily fall.

d) In the log-linear model the magnitude of the estimated slope coefficient is invariant to the units in which the explanatory variables are measured.

e) The OLS estimators are best linear unbiased estimators (BLUE) in the presence of perfect multicollinearity.

[3x5=15]

बताइये कि निम्नलिखित वक्तव्य सत्य है अथवा असत्य। आवश्यकतानुसार कारण या प्रमाण दीजिए।

(अ) वास्तविक Y मूल्यों तथा आंकलित Y मूल्यों का माध्य हमेशा समान होता है यदि आकलित Y मूल्यों PRF: $Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$,के लिए न्यूनतम वर्गफल विधि का उपयोग किया जाता है।

(ब) साधारण प्रतिगमन मॉडल मे, दुरूस्तता की अच्छाई (Goodness - of - Fit) के लिए F-प्रतिदर्शा और आंकलित ढ़ाल गुणांक के t-प्रतिदर्शा के वर्ग बराबर होते हैं।

(स) माना कि एक प्रतिपगमन समीकरण में एक चर का गुणांक 20 प्रतिशत सार्थकता के स्तर पर शून्य से महत्वपूर्ण रूप से भिन्न होता है। यदि हम इस प्रतीपगमन से इस चर को हटा देते है तो दोनों R^2 तथा समायोजित R^2 आवश्यक रूप से गिरेगे।

(द) लॉग–रेखीय मॉडल में आंकलित ढ़ाल गुणांक उन इकाईयों से अपरिवर्तित होते हैं, जिसमें व्याख्यात्मक चरों का माप किया जाता है।

(ध) पूर्ण बहुसंरेखता की उपस्थिति में OLS प्राचालक, उत्तम रेखीय अनभिनत प्राचालक (BLUE) होते हैं।

Q2. (a) Let the population regression function be:

$$Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$$

Suppose the error variance has the following structure

$$E(u_i^2) = \sigma^2 \sqrt{X_i}$$

Transform the above model to obtain homoscedastic error variances. Does the transformed regression have an intercept term?

[5]

(b) The following estimated equation was obtained by ordinary least squares regression using quarterly data for 1991 to 2010 (both inclusive).

$$\hat{Y}_i = 2.2 + 0.104\ X_{1t} + 3.48\ X_{2t} + 0.34\ X_{3t}$$
$$\quad\quad (3.4)\quad (0.005)\quad\quad (2.2)\quad\quad (0.15)$$

Figures in the parentheses are standard errors, the explained sum of squares and residual sum of squares were 112.5, and 19.5 respectively.

i. Which of the slope coefficients are significantly different from zero at 5% level of significance?

ii. Calculate the R^2 and adjusted R^2 values for this regression equation.

iii. Test the overall significance of the estimated regression equation.

[4+3+3]

(अ) माना कि एक समग्र प्रतिपगमन फलन है।

$$Y_i = B_1 + B_2 X_i + u_i$$

मानों कि त्रुटि प्रसरण का निम्नलिखित संरचना हैं,

$$E(u_i^2) = \sigma^2 \sqrt{X_i}$$

होमोसेडास्टिक त्रुटि प्रसरण की गणना के लिए उपरोक्त मॉडल को परिवर्तित कीजिए। क्या परिवर्तित प्रतिगमन का अन्तः खण्ड पद होता है।

(ब) 1991 से 2010 (दोनों शामिल) के लिए त्रिमाही आंकडा की उपयोग करते हुए सामान्य न्यूनतम वर्गफल प्रतिगमन द्वारा निम्नलिखित आंकलित समीकरण को प्राप्त किया जाता है।

$$\hat{Y}_i = 2.2 + 0.104\ X_{1t} + 3.48\ X_{2t} + 0.34\ X_{3t}$$
$$\quad\quad (3.4)\quad (0.005)\quad\quad (2.2)\quad\quad (0.15)$$

कोष्टक के आँकडे मानक त्रुटियाँ हैं। व्यक्त वर्गफलो का योग (ESS) तथा अवशिष्ट वर्गफलो का योग (RSS) क्रमशः 112.5 तथा 19.5 है।

(i) 5 प्रतिशत सार्थकता के स्तर पर कौन सा ढ़ाल गुणांक शून्य से प्रभावपूर्ण भिन्न है?

(ii) इस प्रतिपगमन समीकरण के लिए R^2 तथा समायोजित R^2 की गणना करें।

(iii) आंकलित प्रतिपगमन गुणांक के सम्पूर्ण सार्थकता का परीक्षण कीजिए।

Q3. (a) Consider the following model:

$$Y_i = B_1 + B_2 X_i + B_3 D_{3i} + B_4 D_{4i} + u_i$$

where Y = annual earnings of MBA graduate, X = years of service.

D_{3i} =1, if MBA from Harvard University
= 0, otherwise

D_{4i} =1, if MBA from IP University
= 0, otherwise

i. How would you interpret B_3 *and* B_4 coefficients?

ii. If $B_3 > B_4$, what conclusion would you draw?

iii. Suppose the above model is modified as:

$$Y_i = B_1 + B_2 X_i + B_3 D_{3i} + B_4 D_{4i} + B_5 D_{3i}X_i + B_6 D_{4i}X_i + u_i$$

What is the difference between this and the earlier model?

iv. Interpret the coefficients B_5 and B_6.

v. How would you test the hypothesis that $B_5 = B_6 = 0$

[2+2+2+2+4]

(b) Explain the 'Jarque-Bera Test' used for testing normality of error terms. [3]

(अ) निम्नलिखित मॉडल पर विचार कीजिए

$$Y_i = B_1 + B_2 X_i + B_3 D_{3i} + B_4 D_{4i} + u_i$$

जहाँ Y= MBA स्नातक के वार्षिक आय , X = सेवा के वर्ष

D_{3i} =1, यदि MBA हाडवर्ड से विश्वविधालय

= 0, अन्यथा

D_{4i} =1 यदि MBA IP विश्वविधालय से है।

=0, अन्यथा

(i) गुणांक B_3 तथा B_4 को कैसे परिभाषित करेगें।

(ii) यदि $B_3 > B_4$, आप क्या निष्कर्ष निकालेंगे?

(iii) माना कि उपरोक्त मॉडल को परिवर्तित किया जाता है।

$Y_i = B_1 + B_2 X_i + B_3 D_{3i} + B_4 D_{4i} + B_5 D_{3i}X_i + B_6 D_{4i}X_i + u_i$

इसमे तथा पिछले मॉडल के बीच क्या अंतर है।

(iv) गुणांक B_5 तथा B_6 की व्याख्या कीजिए।

(v) $B_5 = B_6 = 0$; इस परिकल्पना की कैसे जाँच करेंगे?

(ब) त्रुटि पद के सामान्यता जाँच के लिए "जार्क–बेरा जाँच" ('Jarque-Bera Test') का विवेचन करें।

Q4. a) The following table gives data on the quantity supplied (in million tons) and its price (in Rs per ton) during 2003-2010.

Year	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Quantity supplied (Y)	2	4	6	8	5	8	9	8
Price (X)	2	5	6	7	4	6	7	3

i. Obtain the regression equation for supply function $Y = B_1 + B_2 X_i + u_i$ and interpret your results

ii. Estimate the quantity supplied when price is Rs 10 per ton.

iii. Test the hypothesis that quantity supplied and price are positively related.

iv. How would the regression coefficients change if quantity supplied is measured in billion tons, instead?

[3+1+4+2]

(b) Derive the relationship between R^2 and adjusted R^2 values. Why is adjusted R^2 considered to be a better measure of goodness-of-fit than R^2?

[3+2]

(अ) 2003–2010 की अवधि मे वस्तु पूर्ति तथा इसके कीमतो पर निम्नलिखित आँकडा सारणी मे दिया गया है

वर्ष	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
वस्तु की पूर्ति (Y)	2	4	6	8	5	8	9	8
कीमत (X)	2	5	6	7	4	6	7	3

(i) पूर्ति समीकरण $Y = B_1 + B_2 X_i + u_i$ के लिए प्रतिगमन समीकरण को निकालिए तथा अपने उत्तर को व्याख्या कीजिए।
(ii) वस्तु की पूर्ति को आंकलन कीजिए जब कीमत 10 रुपया प्रति टन है।
(iii) परिकल्पना की जाँच करे कि वस्तु की पूर्ति तथा कीमत धनात्मक रूप से संबंधित है।
(iv) प्रतिगमन गुणांक कैसे परिवर्तित होगा यदि बदले मे वस्तु पूर्ति को बिलियन टन (billion tons) मे मापा जाता है।
(ब) R^2 तथा समायोजित R^2 मूल्यो के बीच संबंध निर्धारित कीजिए। दुरूस्तता की अच्छाई (Goodness-of-Fit) के माप के लिए R^2 की तुलना मे समायोजित R^2 को उत्तम माप क्यों माना जाता है।

Q5.a)

A nine variable regression model gave the following results:

SOURCE OF VARIATION	*SUM OF SQUARES*	*DEGREES OF FREEDOM*	*MEAN SUM OF SQUARES*
DUE TO REGRESSION	*10357*	-	-
DUE TO RESIDUALS	-	-	-
TOTAL	*33668*	*176*	

i. Complete the above table.
ii. State the null and alternative hypothesis for testing overall significance of the estimated multiple regression equation.
iii. Test the model for overall goodness of fit at 1% level of significance.

[2+3+3]

b) A researcher estimated the following regression model for an economy using annual data for the period 1991 to 2015. The regression results are as follows (standard errors are mentioned in the brackets and *ln* indicates natural log):

$$\widehat{lnC_t} = 2.6027 - 0.4024\, lnP_t + 0.59 lnY_t$$
(se) = (1.24) (0.36) (0.34)
R^2=0.92 Durbin-Watson d-statistic=0.9756

where C_t = Personal consumption expenditure
P_t= Consumer price index
Y_t = Personal disposable income

Use Durbin-Watson d test to check for the presence of first order autocorrelation at 5% level of significance. Under what conditions is this test not applicable ?

[5+2]

(अ) एक नौ चर प्रतिगमन मॉडल का निम्नलिखित परिणाम दिया गया है।

SOURCE OF VARIATION	SUM OF SQUARES	DEGREES OF FREEDOM	MEAN SUM OF SQUARES
DUE TO REGRESSION	10357	-	-
DUE TO RESIDUALS	-	-	-
TOTAL	33668	176	

(i) उपरोक्त सारणी को पूर्ण कीजिए।
(ii) आंकलित बहु प्रतिगमन समीकरण के सम्पूर्ण, सार्थकता जाँच के लिए शून्य तथा वैकल्पिक परिकल्पना को दर्शाइए।
(iii) एक प्रतिशत सार्थकता स्तर पर सम्पूर्ण दुरूस्तता के अच्छाई (Goodness-of-Fit) के लिए मॉडल की जाँच कीजिए।

(ब) एक शोधकर्ता ने एक अर्थव्यवस्था के लिए 1991–2015 के अवधि के लिए वार्षिक आंकडा का उपयोग करते हुए निम्नलिखित प्रतिपगमन मॉडल का आकलित किया। शोधकर्ता का परिणाम निम्नलिखित है (कोष्टक में प्रमाण त्रुटि को दर्शाया गया है तथा In प्राकृतिक लाग को सूचित करता है।)

$$\widehat{lnC_t} = 2.6027 - 0.4024\, lnP_t + 0.59 lnY_t$$

(se) = (1.24) (0.36) (0.34)

R^2=0.92 Durbin-Watson d-statistic=0.9756

जहाँ C_t= व्यक्तिक उपभोग व्यय
P_t= उपभेक्ता कीमत सूचकांक
Y_t = व्यक्तिक व्यय योग्य आय

5 प्रतिशत सार्थकता के स्तर पर प्रथम क्रम (first order) स्वसहसंबंध के उपस्थिति के लिए डर्विन–वाटसन डी (Durbin-Watson d) के माप का उपयोग करके जाँच कीजिए। किन परिस्थितियों मे यह जाँच उपयुक्त नही है?

Q6.a) Consider the PRF: $Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$. In order to check for presence of multicollinearity, the auxiliary regression is run and the results are as follows:

$$\widehat{X_{2i}} = 12.456 + 10.7943X_{3i}$$

(se) = (0.86) (9.98) $R_2^2 = 0.95$

i. Compute variance inflation factor (VIF). Do you find evidence of multicollinearity?
ii. Would multicollinearity necessarily result in high standard errors of the OLS estimators in the PRF above?
iii. Suggest, any two remedial measures to remove multicollinearity

[3+2+2]

b) Let the population regression function be:

$$Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$$

The function is estimated using OLS. Derive an expression for the variance of $\widehat{B_2}$, if the variance of u_i is found to be heteroscedastic. Briefly, discuss the practical consequences of heteroscedasticity.

[4+4]

(अ) विचार करे कि PRF: $Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i$ है। बहुसंरेखता के उपस्थिति की जाँच के रूप मे, सहायक प्रतिपगमन के प्रयोग से निम्न परिणाम पाते है।

$$\widehat{X_{2i}} = 12.456 + 10.7943X_{3i}$$
$$(se) = (0.86) \quad (9.98) \qquad R_2^2 = 0.95$$

(i) प्रसरण वर्द्धन गुणांक (VIF) को निकालिये। क्या आपको बहुसंरेखता का प्रमाण मिलता है?
(ii) क्या ऊपर के मॉडल में, बहुसंरेखता के कारण, OLS आकलकर्ता की मानक त्रुटियों का मूल्य अनिवार्य रूप से उच्च होगा?
(iii) बहुसंरेखता को हटाने के लिए, किन्हीं दो, सुधारात्मक सुंझावो को बताइये।
(ब) माना कि जनसंख्या प्रतिगमन फलन है:

$$Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i$$

OLS का उपयोग करते हुए फलन को आंकलित किया जाता है। $\widehat{B_2}$ के प्रसरण के लिए व्यंजक को निर्धारण कीजिए यदि u_i का प्रसरण हेटरोसेडास्टिक (heteroscedastic) है। हेटरोसेडास्टिक (heteroscedastic) के व्यवहारिक परिणाम का संक्षिप्त मे विवेचन करें।

Q7.a) In the simple regression of the equation $Z_i = B_1 + B_2 X_i$, how would the values of the estimators $\widehat{B_1}$ and $\widehat{B_2}$ be affected.

(i) If $Z_i + 10$ is regressed on X_i
(ii) If Z_i is regressed on $3X_i$
(iii) If Z_i is regressed on $X_i - 5$
(iv) If $2Z_i$ is regressed on X_i

Give reasons/proofs for your answers.

[2+2+2+2]

b) What are the different types of specification errors? Outline the consequences of omitting a relevant variable from a model?

[3+4]

(अ) साधारण समाश्रयण के समीकरण में $Y_i = B_1 + B_2 X_i$, $\widehat{B_1}$ तथा $\widehat{B_2}$ आंकलक के मूल्य कैसे प्रभावित होगें:
(i) यदि X_i पर $Z_i + 10$ को प्रतिगामित किया जाता है।
(ii) यदि $3X_i$ पर Z_i प्रतिगामित किया जाता है।
(iii) यदि $X_i - 5$ पर Z_iप्रतिगामित किया जाता है।
(iv) यदि X_iपर $2Z_i$प्रतिगामित किया जाता है।

अपने उत्तर के कारण/प्रमाण दे।

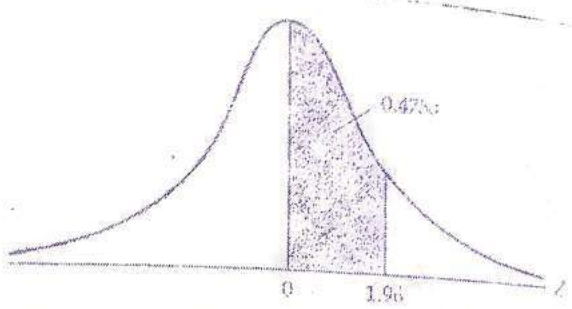
(ब) विशेष विवरण त्रुटि (specification errors) के विभिन्न प्रकार क्या है? इस मॉडल से सार्थक चर के लुप्त होने के परिणामों का वर्णन कीजिए।

TABLE E-1a AREAS UNDER THE STANDARDIZED NORMAL DISTRIBUTION

Example

$Pr(0 \le Z \le 1.96) = 0.4750$

$Pr(Z \ge 1.96) = 0.5 - 0.4750 = 0.025$

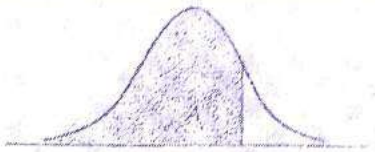


Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Note: This table gives the area in the right-hand tail of the distribution (i.e., $Z \ge 0$). But since the normal distribution is symmetrical, the area in the left-hand tail is the same as the area in the corresponding right-hand tail. For example, $Pr(-1.96 \le Z \le 0) = 0.4750$ also. $Pr(-1.96 \le Z \le 1.96) = 2(0.4750) = 0.95$.

TABLE E-1b CUMULATIVE PROBABILITIES OF THE STANDARD NORMAL DISTRIBUTION

Entry is area A under the standard normal curve from $-\infty$ to $Z(A)$



$Z(A)$

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6170	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9718	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Selected Percentiles

Cumulative probability A:	.90	.95	.975	.98	.99	.995	.999
$Z(A)$:	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	3.090

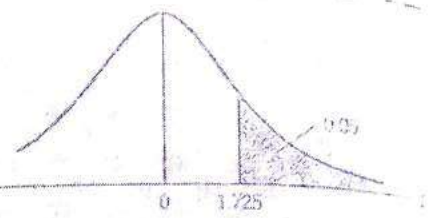
TABLE E-3 PERCENTAGE POINTS OF THE t DISTRIBUTION

Example

$\Pr(t > 2.086) = 0.025$

$\Pr(t > 1.725) = 0.05$ for d.f. = 20

$\Pr(|t| > 1.725) = 0.10$



Pr / d.f.	0.25 0.50	0.10 0.20	0.05 0.10	0.025 0.05	0.01 0.02	0.005 0.010	0.001 0.002
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

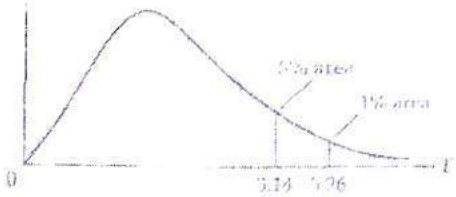
Note. The smaller probability shown at the head of each column is the area in one tail; the larger probability is the area in both tails.

Source: From E. S. Pearson and H. O. Hartley, eds., *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3rd ed. Table 12, Cambridge University Press, New York, 1966. Reproduced by permission of the editors and trustees of *Biometrika*.

TABLE 8 UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION

Example

$\Pr(F > 1.89) = 0.25$
$\Pr(F > 2.42) = 0.10$ for d.f. $N_1 = 10$
$\Pr(F > 3.14) = 0.05$ and $N_2 = 9$
$\Pr(F > 5.26) = 0.01$



N_2	Pr	d.f. for numerator N_1											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.25	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.36	9.41
	.10	39.90	49.50	53.60	55.80	57.20	58.20	58.90	59.40	59.90	60.20	60.50	60.70
	.05	161.00	200.00	216.00	225.00	230.00	234.00	237.00	239.00	241.00	242.00	243.00	244.00
2	.25	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.39
	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41
	.05	18.50	19.00	19.20	19.20	19.30	19.30	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40	19.40
	.01	98.50	99.00	99.20	99.20	99.30	99.30	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40	99.40
3	.25	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.45
	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22
	.05	10.10	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74
	.01	34.10	30.80	29.50	28.70	28.20	27.90	27.70	27.50	27.30	27.20	27.10	27.10
4	.25	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90
	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91
	.01	21.20	18.00	16.70	16.00	15.50	15.20	15.00	14.80	14.70	14.50	14.40	14.40
5	.25	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89
	.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.68
	.01	16.30	13.30	12.10	11.40	11.00	10.70	10.50	10.30	10.20	10.10	9.96	9.89
6	.25	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.77
	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90
	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
	.01	13.70	10.90	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72
7	.25	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.69	1.69	1.68
	.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57
	.01	12.20	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47
8	.25	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.63	1.62
	.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50
	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28
	.01	11.30	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67
9	.25	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.59	1.58
	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38
	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07
	.01	10.60	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11

Taken from E. S. Pearson and H. O. Hartley, eds., *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3rd ed., Table 18, Cambridge University Press, New York, 1966. Reproduced by permission of the editors and trustees of *Biometrika*.

d.f. for numerator N_1												d.f. for denominator N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	Pr	
9.49	9.58	9.63	9.67	9.71	9.74	9.76	9.78	9.80	9.82	9.84	9.85	.25	
61.20	61.70	62.00	62.30	62.50	62.70	62.80	63.00	63.10	63.20	63.30	63.30	.10	1
246.00	248.00	249.00	250.00	251.00	252.00	252.00	253.00	253.00	254.00	254.00	254.00	.05	
3.41	3.43	3.43	3.44	3.45	3.45	3.46	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48	.25	
9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.48	9.49	9.49	9.49	.10	2
19.40	19.40	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	19.50	.05	
99.40	99.40	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	99.50	.01	
2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	.25	
5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.14	5.14	5.13	5.13	.10	3
8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.55	8.54	8.53	8.53	.05	
26.90	26.70	26.60	26.50	26.40	26.40	26.30	26.20	26.20	26.20	26.10	26.10	.01	
2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	.25	
3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76	3.76	.10	4
5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.66	5.65	5.64	5.63	.05	
14.20	14.00	13.90	13.80	13.70	13.70	13.70	13.60	13.60	13.50	13.50	13.50	.01	
1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	1.87	.25	
3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	.10	5
4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.40	4.39	4.37	4.36	.05	
9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.13	9.11	9.08	9.04	9.02	.01	
1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	1.74	.25	
2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.73	2.73	2.72	.10	6
3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.70	3.69	3.68	3.67	.05	
7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	6.99	6.97	6.93	6.90	6.88	.01	
1.68	1.67	1.67	1.66	1.66	1.66	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	1.65	.25	
2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.49	2.48	2.48	2.47	.10	7
3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.27	3.25	3.24	3.23	.05	
6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.75	5.74	5.70	5.67	5.65	.01	
1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.59	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	.25	
2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.32	2.31	2.30	2.29	.10	8
3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	2.02	3.01	2.97	2.97	2.95	2.94	2.93	.05	
5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.96	4.95	4.91	4.88	4.86	.01	
1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54	1.54	1.53	1.53	1.53	1.53	1.53	.25	
2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.22	2.21	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	.10	9
3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.76	2.75	2.73	2.72	2.71	.05	
4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.40	4.36	4.33	4.31	.01	

UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION (CONTINUED)

	d.f. for numerator N_1											
P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
.25	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.55	1.54
.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28
.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91
.01	10.00	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71
.25	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.52	1.51
.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21
.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79
.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40
.25	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49
.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15
.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69
.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16
.25	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47
.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10
.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60
.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96
.25	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45
.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.08	2.05
.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53
.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80
.25	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.44
.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02
.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48
.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67
.25	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.44	1.43
.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99
.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42
.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55
.25	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.42	1.41
.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96
.05	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38
.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46
.25	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.41	1.40
.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.96	1.93
.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34
.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37
.25	1.41	1.49	1.49	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40
.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91
.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31
.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30
.25	1.40	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39
.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.92	1.89
.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28
.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23

d.f. for numerator N_1

d.f. for denominator N_2		24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	α
	1.52	1.52	1.51	1.51	1.50	1.50	1.49	1.49	1.49	1.48	1.48	.25
	2.20	2.18	2.16	2.13	2.12	2.11	2.09	2.08	2.07	2.06	2.06	.10
24	2.74	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.59	2.58	2.56	2.55	2.54	.05
	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.01	4.00	3.96	3.93	3.91	.01
	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.47	1.46	1.46	1.46	1.45	1.45	.25
	2.18	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	2.00	1.99	1.98	1.97	.10
	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.46	2.45	2.43	2.42	2.40	.05
	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.71	3.69	3.66	3.62	3.60	.01
	1.47	1.46	1.45	1.45	1.44	1.44	1.43	1.43	1.43	1.42	1.42	.25
	2.06	2.04	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	.10
	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.35	2.34	2.32	2.31	2.30	.05
	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.47	3.45	3.41	3.38	3.36	.01
	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.40	.25
	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.88	1.86	1.85	1.85	.10
	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.26	2.25	2.23	2.22	2.21	.05
	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.27	3.25	3.22	3.19	3.17	.01
	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.40	1.39	1.39	1.39	1.38	1.38	.25
	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.83	1.82	1.80	1.80	.10
	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.19	2.18	2.16	2.14	2.13	.05
	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.11	3.09	3.06	3.03	3.00	.01
	1.41	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	.25
	1.92	1.90	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.79	1.77	1.76	1.76	.10
	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.12	2.11	2.10	2.08	2.07	.05
	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	2.98	2.96	2.92	2.89	2.87	.01
	1.40	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	.25
	1.89	1.87	1.84	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72	.10
	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.07	2.06	2.04	2.02	2.01	.05
	3.29	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.86	2.84	2.81	2.78	2.75	.01
	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34	1.34	1.34	1.33	1.33	.25
	1.86	1.84	1.81	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.69	1.69	.10
	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.02	2.01	1.99	1.97	1.96	.05
	3.18	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.76	2.75	2.71	2.68	2.65	.01
	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.32	.25
	1.84	1.81	1.78	1.75	1.74	1.72	1.70	1.69	1.68	1.67	1.66	.10
	2.20	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.98	1.97	1.95	1.93	1.92	.05
	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.68	2.66	2.62	2.59	2.57	.01
	1.36	1.36	1.35	1.34	1.33	1.33	1.32	1.32	1.31	1.31	1.30	.25
	1.81	1.79	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.67	1.65	1.64	1.63	.10
	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.94	1.93	1.91	1.89	1.88	.05
	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.60	2.58	2.55	2.51	2.49	.01
	1.34	1.35	1.34	1.33	1.33	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	.25
	1.79	1.77	1.74	1.71	1.69	1.68	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	.10
	2.13	2.09	2.04	1.99	1.97	1.95	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	.05
	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.54	2.52	2.48	2.44	2.42	.01

E E-3 UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE F DISTRIBUTION (CONTINUED)

d.f. for numerator N_1

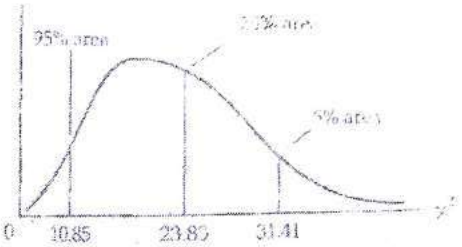
Pr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
.25	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.38	1.37
.10	2.9	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86
.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23
.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12
.25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.37	1.36
.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83
.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18
.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03
.25	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.36	1.35
.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81
.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15
.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96
.25	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34
.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79
.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12
.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90
.25	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.35	1.34
.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77
.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09
.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84
.25	1.38	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.31
.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.73	1.71
.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00
.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66
.25	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29
.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66
.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92
.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50
.25	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26
.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.62	1.60
.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83
.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34
.25	1.33	1.39	1.38	1.36	1.34	1.32	1.31	1.29	1.28	1.27	1.26	1.25
.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.57
.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80
.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27
.25	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.24
.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55
.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75
.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18

d.f. for numerator N_1												d.f. for denominator N_2
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	Pr	
1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.31	1.30	1.30	1.30	1.29	1.29	1.28	.25	22
1.61	1.59	1.58	1.76	1.67	1.65	1.64	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	.10	
2.16	2.07	2.00	1.98	1.94	1.91	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	.05	
2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.50	2.42	2.40	2.36	2.33	2.31	.01	
1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.29	1.28	1.28	1.27	1.27	1.26	.25	24
1.58	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.58	1.57	1.56	1.54	1.53	.10	
2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.79	1.77	1.75	1.73	.05	
2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.33	2.31	2.27	2.24	2.21	.01	
1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.28	1.26	1.26	1.26	1.25	1.25	.25	26
1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.59	1.58	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50	.10	
2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.80	1.76	1.75	1.73	1.71	1.69	.05	
2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.33	2.25	2.23	2.19	2.16	2.13	.01	
1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.27	1.26	1.25	1.25	1.24	1.24	.25	28
1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	.10	
2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	.05	
2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.26	2.19	2.17	2.13	2.09	2.06	.01	
1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.26	1.25	1.24	1.24	1.23	1.23	.25	30
1.73	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	.10	
2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	.05	
2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.11	2.07	2.03	2.01	.01	
1.30	1.28	1.26	1.25	1.24	1.23	1.22	1.21	1.21	1.20	1.19	1.19	.25	40
1.69	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	.10	
1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.59	1.58	1.55	1.53	1.51	.05	
2.62	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.92	1.87	1.83	1.80	.01	
1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.20	1.19	1.17	1.17	1.16	1.15	1.15	.25	60
1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	.10	
1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.48	1.47	1.44	1.41	1.39	.05	
2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.73	1.68	1.63	1.60	.01	
1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.17	1.16	1.14	1.13	1.12	1.11	1.10	.25	120
1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	.10	
1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	.05	
2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.53	1.48	1.42	1.38	.01	
1.23	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.12	1.11	1.10	1.09	1.08	1.06	.25	200
1.52	1.46	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	.10	
1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.19	.05	
2.13	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.58	1.48	1.44	1.39	1.33	1.28	.01	
1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.13	1.12	1.09	1.08	1.07	1.04	1.00	.25	∞
1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	.10	
1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	.05	
2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.32	1.25	1.15	1.00	.01	

TABLE E-4 UPPER PERCENTAGE POINTS OF THE χ^2 DISTRIBUTION

Example

$\Pr(\chi^2 > 10.85) = 0.95$
$\Pr(\chi^2 > 23.83) = 0.25$ for d.f. = 20
$\Pr(\chi^2 > 31.41) = 0.05$



Degrees of Freedom / Pr	.995	.990	.975	.950	.900
1	392704×10^{-10}	157088×10^{-9}	982069×10^{-9}	393214×10^{-8}	.0158
2	.0100	.0201	.0506	.1026	.2107
3	.0717	.1148	.2158	.3518	.5844
4	.2070	.2971	.4844	.7107	1.0636
5	.4117	.5543	.8312	1.1455	1.6103
6	.6757	.8721	1.2373	1.6354	2.2041
7	.9893	1.2390	1.6899	2.1674	2.8331
8	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	3.4895
9	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	4.1682
10	2.1559	2.5582	3.2470	3.9403	4.8652
11	2.6032	3.0535	3.8158	4.5748	5.5778
12	3.0738	3.5706	4.4038	5.2260	6.3038
13	3.5650	4.1069	5.0087	5.8919	7.0415
14	4.0747	4.6604	5.6287	6.5706	7.7895
15	4.6009	5.2294	6.2621	7.2609	8.5468
16	5.1422	5.8122	6.9077	7.9616	9.3122
17	5.6972	6.4078	7.5642	8.6718	10.0852
18	6.2648	7.0149	8.2308	9.3905	10.8649
19	6.8440	7.6327	8.9065	10.1170	11.6509
20	7.4339	8.2604	9.5908	10.8508	12.4426
21	8.0337	8.8972	10.2829	11.5913	13.2396
22	8.6427	9.5425	10.9823	12.3380	14.0415
23	9.2604	10.1957	11.6885	13.0905	14.8479
24	9.8862	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4589
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	55.3290
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581

* For degrees of freedom greater than 100 the expression $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{(2k-1)}$ follows the standardized normal distribution, where k represents the degrees of freedom.

.100	.050	.025	.010	.005
2.7055	3.8415	5.0239	6.6349	7.879
4.6052	5.9915	7.3778	9.2103	10.5
6.2514	7.8147	9.3484	11.3449	12.838
7.7794	9.4877	11.1433	13.2767	14.8602
9.2364	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5475
12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550
14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882
17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569
18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995
19.8119	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194
21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193
22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013
23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672
24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185
25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1564
27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010
30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956
32.0069	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813
33.1963	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585
34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278
35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899
36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449
37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933
39.0875	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356
40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720
51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659
63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900
74.3970	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517
85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215
96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321
107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

Abridged from E. S. Pearson and H. O. Hartley, eds., *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1, 3rd ed., Table 8. Cambridge University Press, New York (1966). Reproduced by permission of the editors and trustees of *Biometrika*.

TABLE E-5 DURBIN-WATSON d STATISTIC: SIGNIFICANCE POINTS OF d_L AND d_U AT .05 LEVEL OF SIGNIFICANCE

	$k' = 1$		$k' = 2$		$k' = 3$		$k' = 4$		$k' = 5$		$k' = 6$		$k' = 7$		$k' = 8$		$k' = 9$		$k' = 10$			
n	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0.610	1.400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0.700	1.356	0.467	1.896	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.368	2.287	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	0.927	1.324	0.758	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.316	2.645	0.203	3.005	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.379	2.506	0.268	2.832	0.171	3.149	—	—	—	—	—	—	—	—
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.445	2.390	0.328	2.692	0.230	2.985	0.147	3.266	—	—	—	—	—	—
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296	0.389	2.572	0.286	2.848	0.200	3.111	0.127	3.360	—	—	—	—
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220	0.447	2.472	0.343	2.727	0.251	2.979	0.175	3.216	0.111	3.438	—	—
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157	0.502	2.388	0.398	2.624	0.304	2.860	0.222	3.090	0.155	3.304	—	—
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.778	1.900	0.664	2.104	0.554	2.318	0.451	2.537	0.356	2.757	0.272	2.975	0.198	3.184	—	—
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060	0.603	2.257	0.502	2.461	0.407	2.667	0.321	2.873	0.244	3.073	—	—
19	1.180	1.401	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023	0.649	2.206	0.549	2.396	0.456	2.589	0.369	2.783	0.290	2.974	—	—
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991	0.692	2.162	0.595	2.339	0.502	2.521	0.416	2.704	0.336	2.885	0.261	3.067
21	1.221	1.420	1.125	1.538	1.025	1.669	0.927	1.812	0.829	1.964	0.732	2.124	0.637	2.290	0.547	2.460	0.461	2.633	0.380	2.806	0.304	2.979
22	1.239	1.429	1.147	1.541	1.050	1.664	0.958	1.797	0.863	1.940	0.769	2.090	0.677	2.246	0.588	2.407	0.504	0.571	0.424	2.734	0.351	2.898
23	1.257	1.437	1.168	1.543	1.078	1.660	0.986	1.785	0.895	1.920	0.804	2.061	0.715	2.208	0.628	2.360	0.545	2.514	0.465	2.670	0.391	2.827
24	1.273	1.446	1.188	1.545	1.101	1.656	1.013	1.775	0.925	1.902	0.837	2.035	0.751	2.174	0.666	2.318	0.584	2.464	0.506	2.613	0.430	2.763
25	1.288	1.454	1.206	1.550	1.123	1.654	1.038	1.767	0.953	1.886	0.868	2.012	0.784	2.144	0.702	2.280	0.621	2.419	0.544	2.560	0.470	2.703
26	1.302	1.461	1.224	1.553	1.143	1.652	1.062	1.759	0.979	1.873	0.897	1.992	0.816	2.117	0.735	2.246	0.657	2.379	0.581	2.513	0.508	2.650
27	1.316	1.469	1.240	1.556	1.162	1.651	1.084	1.753	1.004	1.861	0.925	1.974	0.845	2.093	0.767	2.216	0.691	2.342	0.616	2.470	0.544	2.600
28	1.328	1.476	1.255	1.560	1.181	1.650	1.104	1.747	1.028	1.850	0.951	1.958	0.874	2.071	0.798	2.188	0.723	2.309	0.650	2.431	0.579	2.555
29	1.341	1.483	1.270	1.563	1.198	1.650	1.124	1.743	1.050	1.841	0.975	1.941	0.900	2.052	0.826	2.164	0.753	2.278	0.682	2.395	0.613	2.512
30	1.352	1.489	1.284	1.567	1.214	1.650	1.143	1.739	1.071	1.833	0.998	1.931	0.928	2.034	0.854	2.141	0.782	2.251	0.712	2.363	0.645	2.477
31	1.363	1.496	1.297	1.570	1.229	1.650	1.160	1.735	1.090	1.826	1.020	1.920	0.950	2.018	0.879	2.120	0.810	2.226	0.741	2.335	0.675	2.445
32	1.373	1.502	1.309	1.574	1.244	1.650	1.177	1.732	1.109	1.819	1.041	1.909	0.972	2.004	0.904	2.102	0.836	2.203	0.769	2.306	0.705	2.411
33	1.383	1.508	1.321	1.577	1.258	1.651	1.193	1.730	1.127	1.813	1.061	1.900	0.994	1.991	0.927	2.085	0.861	2.181	0.795	2.281	0.731	2.382
34	1.393	1.514	1.330	1.580	1.271	1.652	1.208	1.728	1.144	1.808	1.080	1.891	1.015	1.979	0.950	2.069	0.885	2.162	0.821	2.257	0.758	2.355
35	1.402	1.519	1.343	1.584	1.283	1.653	1.222	1.726	1.160	1.803	1.097	1.884	1.034	1.967	0.971	2.054	0.909	2.141	0.845	2.229	0.784	2.328
36	1.411	1.525	1.354	1.587	1.296	1.654	1.236	1.724	1.175	1.799	1.114	1.877	1.053	1.957	0.991	2.041	0.930	2.127	0.868	2.215	0.808	2.303
37	1.419	1.530	1.364	1.590	1.307	1.655	1.249	1.723	1.190	1.795	1.131	1.870	1.071	1.948	1.011	2.029	0.951	2.112	0.891	2.196	0.830	2.282
38	1.427	1.535	1.373	1.594	1.316	1.656	1.261	1.722	1.204	1.792	1.146	1.864	1.088	1.939	1.029	2.017	0.970	2.098	0.912	2.180	0.852	2.264
39	1.435	1.540	1.382	1.597	1.328	1.658	1.273	1.722	1.216	1.789	1.161	1.859	1.104	1.932	1.047	2.007	0.990	2.085	0.932	2.164	0.874	2.246
40	1.442	1.544	1.391	1.600	1.338	1.659	1.285	1.721	1.230	1.786	1.175	1.854	1.120	1.924	1.064	1.997	1.008	2.072	0.952	2.145	0.895	2.229
45	1.475	1.566	1.430	1.615	1.383	1.666	1.336	1.720	1.287	1.776	1.238	1.835	1.189	1.895	1.139	1.958	1.089	2.029	1.038	2.098	0.988	2.170
50	1.503	1.585	1.462	1.628	1.421	1.674	1.378	1.721	1.335	1.771	1.291	1.822	1.246	1.875	1.201	1.930	1.156	1.986	1.110	2.044	1.064	2.103
55	1.528	1.601	1.490	1.641	1.452	1.681	1.414	1.724	1.374	1.766	1.334	1.814	1.294	1.861	1.253	1.909	1.212	1.959	1.170	2.010	1.128	2.063
60	1.549	1.616	1.514	1.652	1.480	1.689	1.444	1.727	1.408	1.767	1.372	1.808	1.335	1.850	1.298	1.894	1.260	1.939	1.222	1.984	1.183	2.031
65	1.567	1.629	1.536	1.662	1.503	1.696	1.467	1.731	1.438	1.767	1.404	1.805	1.370	1.843	1.336	1.882	1.301	1.923	1.266	1.964	1.231	2.006
70	1.583	1.641	1.554	1.672	1.525	1.703	1.494	1.735	1.464	1.768	1.433	1.802	1.401	1.837	1.369	1.873	1.337	1.910	1.305	1.948	1.272	1.986
75	1.598	1.652	1.571	1.680	1.543	1.709	1.515	1.739	1.487	1.770	1.458	1.801	1.428	1.834	1.399	1.867	1.369	1.901	1.339	1.935	1.309	1.969
80	1.611	1.662	1.586	1.688	1.560	1.715	1.534	1.743	1.507	1.772	1.480	1.801	1.453	1.831	1.425	1.861	1.397	1.893	1.369	1.925	1.342	1.958
85	1.624	1.671	1.600	1.696	1.575	1.721	1.550	1.747	1.525	1.774	1.500	1.801	1.474	1.829	1.448	1.857	1.422	1.886	1.396	1.916	1.370	1.947
90	1.635	1.679	1.612	1.703	1.589	1.726	1.566	1.751	1.542	1.776	1.518	1.801	1.494	1.827	1.469	1.854	1.445	1.881	1.420	1.909	1.397	1.938
95	1.645	1.687	1.623	1.709	1.602	1.732	1.579	1.755	1.557	1.778	1.535	1.802	1.512	1.827	1.489	1.852	1.466	1.877	1.443	1.903	1.420	1.931
100	1.654	1.694	1.634	1.716	1.613	1.736	1.592	1.758	1.571	1.780	1.550	1.803	1.528	1.826	1.506	1.850	1.484	1.874	1.462	1.898	1.441	1.924
150	1.720	1.746	1.706	1.760	1.693	1.774	1.679	1.788	1.665	1.802	1.651	1.817	1.637	1.832	1.622	1.847	1.608	1.862	1.594	1.877	1.579	1.893
200	1.758	1.778	1.748	1.789	1.738	1.799	1.729	1.810	1.718	1.820	1.707	1.831	1.697	1.841	1.686	1.852	1.675	1.863	1.665	1.874	1.654	1.885

	$k' = 11$		$k' = 12$		$k' = 13$		$k' = 14$		$k' = 15$		$k' = 16$		$k' = 17$		$k' = 18$		$k' = 19$		$k' = 20$	
n	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
45	1.301	1.776	1.272	1.797	1.243	1.820	1.215	1.844	1.187	1.870	1.160	1.896	1.134	1.924	1.109	1.952	1.084	1.981	1.059	2.010
46	1.309	1.774	1.281	1.796	1.253	1.818	1.225	1.841	1.197	1.867	1.170	1.893	1.143	1.921	1.118	1.949	1.093	1.978	1.068	2.007
47	1.317	1.773	1.289	1.794	1.261	1.816	1.234	1.839	1.206	1.864	1.179	1.890	1.153	1.917	1.127	1.946	1.102	1.974	1.077	2.003
48	1.325	1.771	1.297	1.792	1.270	1.814	1.242	1.837	1.214	1.862	1.188	1.887	1.161	1.914	1.136	1.942	1.111	1.971	1.086	2.000
49	1.332	1.771	1.305	1.791	1.278	1.812	1.251	1.835	1.223	1.860	1.196	1.885	1.170	1.911	1.145	1.939	1.120	1.967	1.095	1.996
50	1.340	1.770	1.313	1.789	1.286	1.811	1.259	1.833	1.232	1.858	1.205	1.883	1.179	1.909	1.153	1.936	1.128	1.964	1.103	1.993
51	1.347	1.770	1.321	1.789	1.295	1.810	1.268	1.832	1.241	1.857	1.214	1.881	1.188	1.907	1.162	1.934	1.137	1.962	1.112	1.990
52	1.354	1.769	1.329	1.789	1.303	1.809	1.277	1.831	1.250	1.856	1.223	1.880	1.197	1.905	1.172	1.932	1.146	1.959	1.121	1.987
53	1.361	1.769	1.337	1.788	1.311	1.808	1.285	1.830	1.258	1.854	1.232	1.878	1.206	1.903	1.180	1.930	1.155	1.957	1.130	1.984
54	1.367	1.769	1.344	1.788	1.318	1.808	1.292	1.829	1.266	1.853	1.240	1.877	1.214	1.901	1.189	1.927	1.164	1.954	1.139	1.981
55	1.374	1.768	1.351	1.788	1.326	1.807	1.300	1.828	1.274	1.852	1.248	1.876	1.222	1.900	1.197	1.925	1.172	1.952	1.147	1.978
56	1.381	1.768	1.358	1.787	1.333	1.807	1.308	1.827	1.282	1.851	1.256	1.875	1.230	1.898	1.205	1.924	1.180	1.950	1.155	1.976
57	1.387	1.768	1.365	1.787	1.340	1.806	1.315	1.826	1.289	1.850	1.264	1.874	1.238	1.897	1.213	1.922	1.188	1.948	1.163	1.974
58	1.393	1.768	1.371	1.787	1.347	1.806	1.322	1.826	1.297	1.849	1.272	1.873	1.246	1.896	1.221	1.921	1.196	1.946	1.172	1.972
59	1.400	1.768	1.378	1.786	1.354	1.805	1.329	1.825	1.304	1.848	1.279	1.872	1.254	1.895	1.229	1.919	1.204	1.944	1.180	1.970
60	1.406	1.768	1.384	1.786	1.361	1.805	1.337	1.825	1.312	1.848	1.287	1.871	1.262	1.894	1.237	1.918	1.213	1.943	1.188	1.968
65	1.435	1.768	1.413	1.786	1.391	1.805	1.368	1.824	1.345	1.847	1.323	1.870	1.301	1.893	1.279	1.916	1.257	1.940	1.235	1.964
70	1.460	1.768	1.440	1.786	1.418	1.805	1.396	1.824	1.375	1.846	1.353	1.869	1.331	1.892	1.310	1.915	1.289	1.938	1.268	1.962
75	1.483	1.770	1.463	1.786	1.442	1.805	1.422	1.824	1.401	1.846	1.381	1.869	1.360	1.892	1.340	1.914	1.320	1.937	1.300	1.960
80	1.503	1.772	1.483	1.786	1.463	1.805	1.443	1.824	1.424	1.846	1.404	1.868	1.385	1.891	1.365	1.914	1.346	1.937	1.327	1.959
85	1.521	1.774	1.501	1.788	1.482	1.806	1.464	1.825	1.445	1.846	1.426	1.868	1.408	1.891	1.389	1.913	1.371	1.936	1.353	1.958
90	1.537	1.776	1.518	1.789	1.500	1.806	1.482	1.825	1.464	1.846	1.447	1.868	1.429	1.890	1.412	1.913	1.395	1.935	1.378	1.958
95	1.551	1.778	1.534	1.791	1.517	1.807	1.500	1.826	1.483	1.846	1.466	1.868	1.449	1.890	1.432	1.912	1.416	1.935	1.400	1.957
100	1.565	1.780	1.547	1.792	1.530	1.808	1.514	1.826	1.497	1.846	1.481	1.867	1.464	1.889	1.448	1.911	1.432	1.934	1.416	1.956
150	1.679	1.894	1.667	1.894	1.655	1.894	1.642	1.894	1.630	1.894	1.618	1.894	1.606	1.894	1.594	1.894	1.582	1.894	1.570	1.894
200	1.758	1.944	1.751	1.944	1.745	1.944	1.738	1.944	1.731	1.944	1.724	1.944	1.717	1.944	1.710	1.944	1.703	1.944	1.696	1.944

n = number of observations, k' = number of explanatory variables excluding the constant term.

Source: This table is an extension of the original Durbin-Watson table and is reproduced from N. E. Savin and K. J. White, "The Durbin-Watson Test for Serial Correlation with Extreme Small Samples or Many Regressors," *Econometrica*, vol. 45, November 1977, pp. 1989–96 and as corrected by R. W. Farebrother, *Econometrica*, vol. 48, September 1980, p. 1554. Reprinted by permission of the Econometric Society.

Example E.1.

If $n = 40$ and $k' = 4$, $d_L = 1.285$ and $d_U = 1.721$. If a computed d value is less than 1.285, there is evidence of positive first-order serial correlation; if it is greater than 1.721, there is no evidence of positive first-order serial correlation, but if d lies between the lower and the upper limit, there is inconclusive evidence regarding the presence or absence of positive first-order serial correlation.

TABLE D.5B DURBIN-WATSON d STATISTIC: SIGNIFICANCE POINTS OF d_L AND d_U AT 0.01 LEVEL OF SIGNIFICANCE

n	k'=1 d_L	k'=1 d_U	k'=2 d_L	k'=2 d_U	k'=3 d_L	k'=3 d_U	k'=4 d_L	k'=4 d_U	k'=5 d_L	k'=5 d_U	k'=6 d_L	k'=6 d_U	k'=7 d_L	k'=7 d_U	k'=8 d_L	k'=8 d_U	k'=9 d_L	k'=9 d_U	k'=10 d_L	k'=10 d_U
6	0.390	1.142	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0.435	1.036	0.294	1.676	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0.497	1.003	0.345	1.489	0.229	2.102	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	0.554	0.998	0.408	1.389	0.279	1.875	0.183	2.433	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0.604	1.001	0.466	1.333	0.340	1.733	0.230	2.193	0.150	2.690	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	0.653	1.010	0.519	1.297	0.396	1.640	0.286	2.030	0.193	2.453	0.124	2.892	—	—	—	—	—	—	—	—
12	0.697	1.023	0.569	1.274	0.449	1.575	0.339	1.913	0.244	2.280	0.164	2.665	0.105	3.053	—	—	—	—	—	—
13	0.738	1.038	0.616	1.261	0.499	1.526	0.391	1.826	0.294	2.150	0.211	2.490	0.140	2.838	0.090	3.182	—	—	—	—
14	0.776	1.054	0.660	1.254	0.547	1.490	0.441	1.757	0.343	2.049	0.257	2.354	0.183	2.667	0.122	2.981	0.078	3.287	—	—
15	0.811	1.070	0.700	1.252	0.591	1.464	0.488	1.704	0.391	1.967	0.303	2.244	0.226	2.530	0.161	2.817	0.107	3.101	0.068	3.374
16	0.844	1.086	0.737	1.252	0.633	1.446	0.532	1.663	0.437	1.900	0.349	2.153	0.269	2.416	0.200	2.681	0.142	2.944	0.094	3.201
17	0.874	1.102	0.772	1.255	0.672	1.432	0.574	1.630	0.480	1.847	0.393	2.078	0.313	2.319	0.241	2.566	0.179	2.811	0.127	3.053
18	0.902	1.118	0.805	1.259	0.708	1.422	0.613	1.604	0.522	1.803	0.435	2.015	0.355	2.238	0.282	2.467	0.216	2.697	0.160	2.925
19	0.928	1.132	0.835	1.265	0.742	1.415	0.650	1.584	0.561	1.767	0.476	1.963	0.396	2.169	0.322	2.381	0.255	2.597	0.196	2.813
20	0.952	1.147	0.863	1.271	0.773	1.411	0.685	1.567	0.598	1.737	0.515	1.918	0.436	2.110	0.362	2.308	0.294	2.510	0.232	2.714
21	0.975	1.161	0.890	1.277	0.803	1.408	0.718	1.554	0.633	1.712	0.552	1.881	0.474	2.059	0.400	2.244	0.331	2.434	0.268	2.625
22	0.997	1.174	0.914	1.284	0.831	1.407	0.748	1.543	0.667	1.691	0.587	1.849	0.510	2.015	0.437	2.188	0.368	2.367	0.304	2.548
23	1.018	1.187	0.938	1.291	0.858	1.407	0.777	1.534	0.698	1.673	0.620	1.821	0.545	1.977	0.473	2.140	0.404	2.308	0.340	2.479
24	1.037	1.199	0.960	1.298	0.882	1.407	0.805	1.528	0.728	1.658	0.652	1.797	0.578	1.944	0.507	2.097	0.439	2.255	0.375	2.417
25	1.055	1.211	0.981	1.305	0.906	1.409	0.831	1.523	0.756	1.645	0.682	1.776	0.610	1.915	0.540	2.059	0.473	2.209	0.409	2.362
26	1.072	1.222	1.001	1.312	0.928	1.411	0.855	1.518	0.783	1.635	0.711	1.759	0.640	1.889	0.572	2.026	0.505	2.168	0.441	2.313
27	1.089	1.233	1.019	1.319	0.949	1.413	0.878	1.515	0.808	1.626	0.738	1.743	0.669	1.867	0.602	1.997	0.536	2.131	0.473	2.269
28	1.104	1.244	1.037	1.325	0.969	1.415	0.900	1.513	0.832	1.618	0.764	1.729	0.696	1.847	0.630	1.970	0.566	2.098	0.504	2.229
29	1.119	1.254	1.054	1.332	0.988	1.418	0.921	1.512	0.855	1.611	0.788	1.718	0.723	1.830	0.658	1.947	0.595	2.068	0.533	2.193
30	1.133	1.263	1.070	1.339	1.006	1.421	0.941	1.511	0.877	1.606	0.812	1.707	0.748	1.814	0.684	1.925	0.622	2.041	0.562	2.160
31	1.147	1.273	1.085	1.345	1.023	1.425	0.960	1.510	0.897	1.601	0.834	1.698	0.772	1.800	0.710	1.906	0.649	2.017	0.589	2.131
32	1.160	1.282	1.100	1.352	1.040	1.428	0.979	1.510	0.917	1.597	0.856	1.690	0.794	1.788	0.734	1.889	0.674	1.995	0.615	2.104
33	1.172	1.291	1.114	1.358	1.055	1.432	0.996	1.510	0.936	1.594	0.876	1.683	0.816	1.776	0.757	1.874	0.698	1.975	0.641	2.080
34	1.184	1.299	1.128	1.364	1.070	1.435	1.012	1.511	0.954	1.591	0.896	1.677	0.837	1.766	0.779	1.860	0.722	1.957	0.665	2.057
35	1.195	1.307	1.140	1.370	1.085	1.439	1.028	1.512	0.971	1.589	0.914	1.671	0.857	1.757	0.800	1.847	0.744	1.940	0.689	2.037
36	1.206	1.315	1.153	1.376	1.098	1.442	1.043	1.513	0.988	1.588	0.932	1.666	0.877	1.749	0.821	1.836	0.766	1.925	0.711	2.018
37	1.217	1.323	1.165	1.382	1.112	1.446	1.058	1.514	1.004	1.586	0.950	1.662	0.895	1.742	0.841	1.825	0.787	1.911	0.733	2.001
38	1.227	1.330	1.176	1.388	1.124	1.449	1.072	1.515	1.019	1.585	0.966	1.658	0.913	1.735	0.860	1.816	0.807	1.899	0.754	1.985
39	1.237	1.337	1.187	1.393	1.137	1.453	1.085	1.517	1.034	1.584	0.982	1.655	0.930	1.729	0.878	1.807	0.826	1.887	0.774	1.970
40	1.246	1.344	1.198	1.398	1.148	1.457	1.098	1.518	1.048	1.584	0.997	1.652	0.946	1.724	0.895	1.799	0.844	1.876	0.792	1.956
45	1.288	1.376	1.245	1.423	1.201	1.474	1.156	1.528	1.111	1.584	1.065	1.643	1.019	1.704	0.974	1.768	0.927	1.834	0.881	1.902
50	1.324	1.403	1.285	1.446	1.245	1.491	1.205	1.538	1.164	1.587	1.123	1.639	1.081	1.692	1.039	1.748	0.997	1.805	0.955	1.864
55	1.356	1.427	1.320	1.466	1.284	1.506	1.247	1.548	1.209	1.592	1.172	1.638	1.134	1.685	1.095	1.734	1.057	1.785	1.018	1.837
60	1.383	1.449	1.350	1.484	1.317	1.520	1.283	1.558	1.249	1.598	1.214	1.639	1.179	1.682	1.144	1.726	1.108	1.771	1.072	1.817
65	1.407	1.468	1.377	1.500	1.346	1.534	1.315	1.568	1.283	1.604	1.251	1.642	1.218	1.680	1.186	1.720	1.153	1.761	1.120	1.802
70	1.429	1.485	1.400	1.515	1.372	1.546	1.343	1.578	1.313	1.611	1.283	1.645	1.253	1.680	1.223	1.716	1.192	1.754	1.162	1.792
75	1.448	1.501	1.422	1.529	1.395	1.557	1.368	1.587	1.340	1.617	1.313	1.649	1.284	1.682	1.256	1.714	1.227	1.748	1.199	1.783
80	1.466	1.515	1.441	1.541	1.416	1.568	1.390	1.595	1.364	1.624	1.338	1.653	1.312	1.683	1.285	1.714	1.259	1.745	1.232	1.777
85	1.482	1.528	1.458	1.553	1.435	1.578	1.411	1.603	1.386	1.630	1.362	1.657	1.337	1.685	1.312	1.714	1.287	1.743	1.262	1.773
90	1.496	1.540	1.474	1.563	1.452	1.587	1.429	1.611	1.406	1.636	1.383	1.661	1.360	1.687	1.336	1.714	1.312	1.741	1.288	1.769
95	1.510	1.552	1.489	1.573	1.468	1.596	1.446	1.618	1.425	1.642	1.403	1.666	1.381	1.690	1.358	1.715	1.336	1.741	1.313	1.767
100	1.522	1.562	1.503	1.583	1.482	1.604	1.462	1.625	1.441	1.647	1.421	1.670	1.400	1.693	1.378	1.717	1.357	1.741	1.335	1.765
150	1.611	1.637	1.598	1.651	1.584	1.665	1.571	1.679	1.557	1.693	1.543	1.708	1.530	1.722	1.515	1.737	1.501	1.752	1.486	1.767
200	1.664	1.684	1.653	1.693	1.643	1.704	1.633	1.715	1.623	1.725	1.613	1.735	1.603	1.746	1.592	1.757	1.582	1.768	1.571	1.779

	$k = 11$		$k = 12$		$k = 13$		$k = 14$		$k = 15$		$k = 16$		$k = 17$		$k = 18$		$k = 19$		$k = 20$	
n	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
45	1.284	1.576	1.246	1.592	1.205	1.609	1.163	1.628	1.119	1.648	1.075	1.667	1.030	1.685	0.984	1.704	0.938	1.723	0.892	1.741
46	1.291	1.576	1.253	1.592	1.213	1.609	1.172	1.628	1.129	1.647	1.085	1.666	1.041	1.685	0.995	1.703	0.949	1.722	0.903	1.741
47	1.297	1.576	1.259	1.592	1.220	1.609	1.180	1.627	1.138	1.647	1.095	1.666	1.051	1.684	1.006	1.703	0.960	1.721	0.914	1.740
48	1.303	1.577	1.266	1.592	1.227	1.608	1.188	1.627	1.147	1.646	1.104	1.665	1.061	1.684	1.016	1.702	0.971	1.721	0.925	1.739
49	1.309	1.577	1.272	1.592	1.234	1.608	1.195	1.626	1.155	1.645	1.113	1.664	1.070	1.683	1.026	1.702	0.981	1.720	0.936	1.739
50	1.315	1.578	1.278	1.592	1.241	1.608	1.202	1.626	1.163	1.645	1.122	1.664	1.079	1.683	1.035	1.701	0.991	1.720	0.946	1.738
51	1.321	1.578	1.284	1.592	1.247	1.608	1.209	1.625	1.171	1.644	1.130	1.663	1.088	1.682	1.044	1.701	1.000	1.719	0.955	1.738
52	1.326	1.579	1.290	1.592	1.253	1.608	1.216	1.625	1.178	1.644	1.138	1.663	1.096	1.681	1.053	1.700	1.009	1.719	0.964	1.737
53	1.332	1.579	1.296	1.592	1.259	1.608	1.222	1.625	1.185	1.643	1.145	1.662	1.104	1.681	1.061	1.699	1.017	1.718	0.973	1.737
54	1.337	1.580	1.301	1.593	1.265	1.608	1.228	1.625	1.192	1.643	1.152	1.662	1.111	1.680	1.069	1.699	1.025	1.718	0.981	1.736
55	1.343	1.580	1.307	1.593	1.271	1.608	1.234	1.625	1.198	1.643	1.159	1.661	1.118	1.680	1.076	1.698	1.033	1.717	0.989	1.736
56	1.348	1.581	1.312	1.593	1.276	1.608	1.240	1.625	1.204	1.643	1.166	1.661	1.125	1.679	1.083	1.698	1.040	1.716	0.997	1.735
57	1.353	1.581	1.317	1.593	1.282	1.608	1.245	1.625	1.210	1.642	1.172	1.661	1.131	1.679	1.089	1.697	1.047	1.716	1.004	1.735
58	1.358	1.582	1.322	1.593	1.287	1.608	1.251	1.625	1.216	1.642	1.178	1.660	1.137	1.678	1.095	1.697	1.053	1.715	1.011	1.734
59	1.363	1.582	1.327	1.593	1.292	1.608	1.256	1.625	1.221	1.642	1.184	1.660	1.143	1.678	1.101	1.696	1.059	1.715	1.017	1.734
60	1.368	1.583	1.332	1.593	1.297	1.608	1.261	1.624	1.227	1.642	1.189	1.660	1.148	1.678	1.107	1.696	1.065	1.714	1.023	1.733
61	1.373	1.583	1.337	1.593	1.302	1.608	1.266	1.624	1.232	1.642	1.195	1.660	1.154	1.677	1.112	1.695	1.071	1.714	1.029	1.733
62	1.378	1.584	1.342	1.593	1.307	1.608	1.271	1.624	1.237	1.642	1.200	1.659	1.159	1.677	1.118	1.695	1.076	1.713	1.035	1.732
63	1.383	1.584	1.347	1.593	1.312	1.608	1.276	1.624	1.242	1.642	1.205	1.659	1.164	1.677	1.123	1.694	1.082	1.713	1.040	1.732
64	1.388	1.585	1.352	1.593	1.317	1.608	1.281	1.624	1.247	1.642	1.210	1.659	1.169	1.676	1.128	1.694	1.087	1.712	1.046	1.731
65	1.393	1.585	1.357	1.593	1.322	1.608	1.286	1.624	1.252	1.642	1.215	1.659	1.174	1.676	1.133	1.693	1.092	1.712	1.051	1.731
70	1.418	1.589	1.382	1.594	1.347	1.608	1.311	1.624	1.276	1.641	1.241	1.658	1.206	1.675	1.170	1.692	1.135	1.709	1.100	1.727
75	1.441	1.592	1.405	1.595	1.369	1.608	1.333	1.624	1.298	1.640	1.263	1.656	1.228	1.673	1.193	1.690	1.159	1.707	1.125	1.724
80	1.462	1.595	1.426	1.597	1.390	1.608	1.354	1.623	1.318	1.639	1.283	1.655	1.249	1.671	1.214	1.688	1.180	1.704	1.147	1.721
85	1.481	1.598	1.445	1.599	1.408	1.609	1.372	1.623	1.337	1.638	1.303	1.653	1.269	1.669	1.235	1.685	1.202	1.702	1.169	1.718
90	1.498	1.601	1.462	1.601	1.425	1.610	1.390	1.623	1.355	1.637	1.321	1.652	1.288	1.667	1.255	1.683	1.222	1.699	1.190	1.715
95	1.514	1.603	1.477	1.602	1.440	1.611	1.406	1.623	1.372	1.636	1.339	1.651	1.306	1.666	1.273	1.681	1.241	1.696	1.209	1.712
100	1.528	1.604	1.491	1.604	1.455	1.611	1.421	1.623	1.388	1.635	1.355	1.650	1.323	1.664	1.290	1.679	1.258	1.694	1.227	1.709
105	1.541	1.606	1.504	1.605	1.469	1.612	1.435	1.623	1.402	1.634	1.369	1.649	1.337	1.663	1.305	1.678	1.273	1.692	1.242	1.707
110	1.553	1.607	1.516	1.606	1.481	1.612	1.448	1.623	1.415	1.633	1.382	1.648	1.350	1.662	1.318	1.676	1.287	1.691	1.256	1.705
115	1.564	1.608	1.528	1.607	1.493	1.613	1.460	1.623	1.427	1.633	1.394	1.647	1.362	1.661	1.331	1.675	1.300	1.689	1.269	1.704
120	1.574	1.609	1.539	1.608	1.504	1.613	1.471	1.623	1.438	1.632	1.406	1.646	1.374	1.660	1.343	1.674	1.312	1.688	1.282	1.702

Note: n = number of observations, k' = number of explanatory variables excluding the constant term.
Source: Savin and White, op. cit., by permission of Econometric Society

16
5/12/18
DESHBANDHU COLLEGE
LIBRARY
Kalkaji, New Delhi-19

[This question paper contains 16 printed pages]

Your Roll No. : .....

Sl. No. of Q. Paper : **7495** **IC**

Unique Paper Code : 12271301

Name of the Course : **B.A.(Hons.) Economics CBCS**

Name of the Paper : Intermediate Microeconomics - I

Semester : III

Time : 3 Hours ***Maximum Marks : 75***

Instructions for Candidates :

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश :

(a) Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.

इस प्रश्न-पत्र के प्राप्त होने पर तुरंत शीर्ष पर अपना रोल नंबर लिखें।

(b) Answer may be written either in **English** or in **Hindi**; but the same medium should be used throughout the paper.

इस प्रश्न-पत्र का उत्तर **अंग्रेजी** या **हिंदी** किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तर एक ही भाषा में होने चाहिए।

P.T.O.

(c) The question paper is divided into **two Sections.**

यह प्रश्न-पत्र **दो खण्डों** में विभाजित है।

(d) Attempt **five** questions in all, selecting **three** questions from **Section-A** and **two** questions from **Section-B**.

कुल **पाँच** प्रश्न करने हैं, **तीन** प्रश्न **खण्ड-अ** से तथा **दो** प्रश्न **खण्ड-ब** से।

(e) Use of simple calculator is permitted.

साधारण कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है।

Section - A

खण्ड - अ

1. (a) Consumer's consumption bundle is described by (x_1,x_2). His money income is ₹100 and price of good 1 (p_1) is ₹10 and price of good 2 (p_2) is ₹10.

उपभोक्ता का उपभोग बंडल (x_1,x_2) द्वारा वर्णित किया जाता है। उसकी मौद्रिक आय 100 ₹ है और वस्तु 1 की कीमत (p_1) 10 ₹ है और वस्तु 2 की कीमत (p_2) 10 ₹ है।

(i) How does his budget constraint change when government gives lump-sum subsidy of ₹50 regardless his consumption behaviour ? 1

उसका बजट प्रतिबंध कैसे बदल जाता है ? जब सरकार उसके उपभोग व्यवहार को ध्यान में रखे बिना 50 ₹ की एकमुश्त सब्सिडी देती है।

(ii) How does his original budget constraint change when the government gives subsidy of ₹ 5 per unit on good 1. 1

उसका मूल बजट प्रतिबंध कैसे बदल जाता है ? जब सरकार वस्तु 1 पर 5 ₹ प्रति इकाई की सब्सिडी देती है।

(iii) Compare his utility levels in case (i) and (ii) if his utility function is $u(x_1,x_2) = x_1x_2$. 3

यदि उसका उपयोगिता फलन $u(x_1,x_2) = x_1x_2$ है तो स्थिति (i) और (ii) में उसके उपयोगिता स्तरों की तुलना करें।

(b) A consumer always consumes one unit of good X with 2 units of good Y.

उपभोक्ता हमेशा वस्तु X की एक इकाई के साथ वस्तु Y की दो इकाइयों का उपभोग करता है।

(i) Write her utility function. 1

उसका उपयोगिता फलन लिखें।

(ii) If price of good X is ₹5 and price of good Y is ₹10. He has to spend all his money income of ₹200 on goods X and Y only. Find the optimal consumption of X and Y. Illustrate diagrammatically. 4

अगर वस्तु X की कीमत 5₹ है और वस्तु Y की कीमत 10₹ है। उपभोक्ता अपनी सम्पूर्ण आय 200₹ को सिर्फ वस्तु X और वस्तु Y पर खर्च करता है। वस्तु X और वस्तु Y के इष्टतम उपभोग का पता लगाएँ। चित्र द्वारा दर्शाइये।

(c) What do assumptions of monotonicity and convexity imply about the shape of indifference curves ? Does the utility function $u(x,y) = x + y^2$ satisfy these assumptions ? 2,3

'मोनोटोनिसिटी' और 'उन्नतोदरता' की मान्यताओं का अनधिमान वक्रों की आकृति के बारे में क्या निहितार्थ है ? क्या उपयोगिता फलन $u(x,y) = x + y^2$ इन मान्यताओं को संतुष्ट करता है ?

2. (a) A consumer consumes two goods X and Y and her preferences are described by the utility function $u(x,y) = \sqrt{x} + y$. The consumer's money income is M. Price of good X is p_x and price of Y is p_y.

एक उपभोक्ता दो वस्तुओं X और Y का उपभोग करता है और उसकी वरीयताएँ उपयोगिता फलन $u(x,y) = \sqrt{x} + y$; द्वारा वर्णित हैं। उपभोक्ता की मौद्रिक आय M है। वस्तु X की कीमत p_x और Y की कीमत p_y है।

(i) Derive the inverse demand function for goods X and Y. 4

वस्तु X और Y के लिए माँग फलन व्युत्पन्न कीजिए।

(ii) Graph the Engel curves for goods X and Y. 2

वस्तु X और Y के लिए एंगल वक्र खींचिए।

(b) Price and consumption of three goods in 2015 and 2017 are given as under :

	Prices		Quantity	
Goods	**2015**	**2017**	**2015**	**2017**
A	10	15	100	110
B	5	20	50	80
C	15	10	150	120

Calculate the Laspeyres quantity index and show consumer is better off or worse of in 2017 as compared to 2015. 4

2015 और 2017 में तीन वस्तुओं की कीमतों और उपभोग को निम्नानुसार दिया गया है :

	कीमतें		मात्रा	
वस्तुऐं	2015	2017	2015	2017
A	10	15	100	110
B	5	20	50	80
C	15	10	150	120

लेस्पेयर के मात्रा सूचकांक की गणना करें और दिखाएँ कि उपभोक्ता 2017 में 2015 की तुलना में बेहतर या बदतर है।

(c) Draw and explain the shape of indifference curves when (i) one of the two goods is a neutral good, (ii) one of the two goods is a bad and (iii) consumer has a satiation point. 2,2,1

उदासीनता वक्र खींचिए और व्याख्या कीजिए जब (i) दो वस्तुओं में से एक तटस्थ वस्तु है, (ii) दो वस्तुओं में से एक बुरी वस्तु है और (iii) उपभोक्ता के पास एक पूर्ण तृप्ति बिंदु है।

3. (a) If a consumer's utility function is $u(x,y) = x^2 + y^2$ and his money income is ₹400 has to spend on only two goods X and Y, the price of X is ₹20. Using diagrams :

अगर उपभोक्ता का उपयोगिता फलन $u(x,y) = x^2 + y^2$ है और उसकी मौद्रिक आय 400₹ है जो केवल दो वस्तुओं X और Y पर खर्च होती है, X की कीमत 20₹ है। आरेखों का उपयोग करते हुए;

(i) Find the optimal choice when price of Y (p_y) is ₹25.

इष्टतम विकल्प खोजें जब Y की कीमत (p_y) 25 ₹ है। 2

(ii) Find the optimal choice when price of Y (p_y) is ₹16. 2

इष्टतम विकल्प खोजें जब Y की कीमत (p_y) 16 ₹ है।

(iii) Calculate substitution and income effects for the good Y when p_y decreases from 25 to 16. 2

वस्तु Y के लिए प्रतिस्थापन और आय प्रभावों की गणना करें जब p_y, 25 से घटकर 16 हो जाती है।

(b) "As wage rates increase, supply of labor may increase or decrease. But, when 'overtime' wage rate increases, labor supply always increase". Explain with suitable diagrams. 4

"मजदूरी की दरों में वृद्धि के कारण श्रम की पूर्ति में वृद्धि या कमी हो सकती है। लेकिन 'अतिरिक्त कार्य समय' की मजदूरी दर में वृद्धि के कारण श्रम पूर्ति में हमेशा वृद्धि होती है। उचित चित्र के साथ समझाएँ।

(c) What is Hicksian compensated demand curve ? Why does the utility remain the same at every point of this compensated demand curve in contrast to ordinary demand curve ? 5

हिक्स का क्षतिपूरक माँग वक्र क्या है ? साधारण माँग वक्र के विपरीत इस क्षतिपूरक माँग वक्र के हर बिंदु पर उपयोगिता एक समान क्यों रहती है ?

4. (a) Suppose that a consumer has the utility function $u(c_1, c_2)=c_1 c_2$; where c_1 is consumption in period 1 and c_2 is consumption in period 2. His income is ₹1,000 in period 1 and ₹1,200 in the period 2. He can borrow and lend at the market rate of interest. If the objective is to optimize utility by choice of consumption over time.

मान लीजिए कि एक उपभोक्ता के पास उपयोगिता फलन $u(c_1, c_2)=c_1 c_2$ है; जहाँ c_1 समय-अवधि 1 में उपभोग है और c_2 समय-अवधि 2 में उपभोग है। उनकी आय समय-अवधि 1 में 1,000 ₹ और समय-अवधि 2 में 1,200 ₹ है। वह ब्याज की बाजार दर पर उधार ले सकता है और उधार दे सकता है। यदि उद्देश्य समय के साथ उपयोगिता सर्वोतम उपभोग चयन है ।

(i) Determine whether the consumer would need to borrow or lend money if rate of interest is 20% and there is no inflation. 2

यदि ब्याज दर 20% है और मुद्रास्फीति नहीं है तो निर्धारित करें कि उपभोक्ता को उधार लेने या उधार देने की आवश्यकता है या नहीं।

(ii) How his choice of consumption over time will change when rate of interest increases to 40% and there is no inflation. 2

जब ब्याज की दर 40% तक बढ़ जाती है और कोई मुद्रास्फीति नहीं होती है तो समय के साथ उपभोग की उनकी पसंद कैसे बदलेगी ?

(iii) Calculate the substitution effect, ordinary income effect and endowment income effect of change in the rate of interest on c_1. 4

c_1 पर ब्याज दर में परिवर्तन के प्रतिस्थापन प्रभाव, साधारण आय प्रभाव और इंडाउमेंट आय प्रभाव की गणना कीजिए।

(b) An individual has three investment options X, Y and Z; (i) return from option X is of ₹ 1,000 with certainty, (ii) return from option Y is ₹1,500 with the probability 1/3 and ₹600 with probability 2/3 and (iii) return from option Z is ₹1,000 with the probability 1/4 and return of ₹1,000 with probability 3/4. Calculate the expected return of these investment options. 2

एक व्यक्ति के पास निवेश के तीन विकल्प X, Y और Z हैं; (i) X विकल्प से निश्चितता के साथ 1,000 रुपये रिटर्न मिलते है, (ii) विकल्प Y से 1/3 प्रायिकता के साथ 1,500₹ और 2/3 प्रायिकता के साथ 600₹ रिटर्न की संभावना है और (iii) विकल्प Z से 1/4 प्रायिकता के साथ 1,000 ₹ और 3/4 प्रायिकता के साथ 1,000₹ रिटर्न की संभावना है। इन निवेश विकल्पों की अपेक्षित रिटर्न की गणना करें।

(c) Graphically explain any **one** method of managing risk other than insurance. 5

चित्रों की सहायता से बीमा के अलावा जोखिम के प्रबंधन के किसी भी एक तरीके की व्याख्या कीजिए।

Section - B

खण्ड - ब

5. (a) Let a production function be $f(L,K) = (L^{1/2} + K^{1/2})^2$ and Let $F(L,K) = [f(L,K)]^3$. Here L is labour and K is capital.

माना कि उत्पादन फलन $f(L,K) = (L^{1/2} + K^{1/2})^2$ और यदि $F(L,K) = [f(L,K)]^3$ है। यहाँ L श्रम है और K पूँजी है।

(i) Does f(L,K) exhibit constant returns to scale, decreasing returns to scale or increasing returns to scale ? 2

क्या f(L,K) पैमाने के स्थिर प्रतिफल, पैमाने के बढ़ते प्रतिफल या पैमाने के घटते प्रतिफल दर्शाता है ?

(ii) Does F(L,K) exhibit constant returns to scale, decreasing returns to scale or increasing returns to scale ? 2

क्या F(L,K) पैमाने के स्थिर प्रतिफल, पैमाने के बढ़ते प्रतिफल या पैमाने के घटते प्रतिफल दर्शाता है ?

(iii) What does this functional transformation teach you about the shape of isoquants and RTS (returns to scale) ? 2

यह फलनीय परिवर्तन आपको समउत्पाद वक्रों की आकृति और RTS (पैमाने के प्रतिफल) के बारे में क्या सिखाता है ?

(b) Let $f(L,K) = K+L+2\sqrt{(KL)}$, here L is labour and K is capital.

यदि $f(L,K) = K+L+2\sqrt{(KL)}$, यहाँ L श्रम है और K पूँजी है।

(i) Deriving the slope of isoquants test for the convexity/concavity of the curves. 3

सम-उत्पाद वक्र के ढलान को ज्ञात करते हुए, उन्नतोदरता/नतोदरता की जाँच कीजिए।

(ii) Compute the cross partial derivatives and comment. 2

तिरछे आंशिक अवकलजों की गणना करें और टिप्पणी कीजिए।

(c) Let $q = KL^2 - L^3$ $q \geq 0$, where q is quantity of output, K = units of capital and L = units of labour. Sketch the AP_L and MP_L curves carefully noting, slope and convexity/concavity. 4

यदि $q = KL^2 - L^3$ है; $q \geq 0$, जहाँ q उत्पादन की मात्रा है, K = पूँजी की इकाइयाँ और L = श्रम की इकाइयाँ है। ढलान और वक्रों की उन्नतोदरता/नतोदरता को ध्यान में रखते हुए सावधानीपूर्वक AP_L और MP_L वक्रों के चित्र बनाइये।

6. (a) Let total cost be given by $C = qw^{1/2}v^{1/2}$ (there q is output, w is price of labour and v is rental price of capital.);

यदि कुल लागत $C = qw^{1/2}v^{1/2}$ द्वारा दी गयी है। (जहाँ q उत्पादन की मात्रा है, w श्रम की कीमत तथा v पूँजी के किराये की कीमत है।);

(i) Use Shephard's Lemma to arrive at the contingent demand function for labour and capital with 'w' as wage rate and 'v' as rental cost of capital. 2

शेफार्डस लेम्मा का उपयोग करते हुए श्रम और पूँजी के लिए श्रम की कीमत 'w' (मजदूरी की दर) और पूँजी की किराया लागत 'v' के साथ *कांटिनजंट* माँग फलन निकालिए।

(ii) Use these contingent demand functions to arrive at the production function. 4

इन *कंटिनजंट* मांग फलनों का प्रयोग करते हुए उत्पादन फलन निकालिए।

(b) Discuss the following properties of total cost function : 2,2

कुल लागत फलन की निम्नलिखित विषेशताओं की चर्चा कीजिए :

(i) Total cost is non decreasing in output and input prices.

उत्पादन में वृद्धि और आगत कीमतों में वृद्धि कुल लागत को कम नहीं करती है।

(ii) Total cost is concave in input prices.

आगत की कीमतों में कुल लागत नतोदर है।

(c) Let $q = (L+K)^{1/3}$ (where q is quantity of output, K = units of capital and L = units of labour).

यदि $q = (L+K)^{1/3}$ (जहाँ q उत्पादन की मात्रा है, K = पूँजी की इकाइयाँ और L = श्रम की इकाइयाँ है)।

(i) Derive the input demand function (contingent) for labour. 2

श्रम के लिए आगत माँग फलन (कंटिनजंट) ज्ञात कीजिए।

(ii) Use the input demand (contingent) so derived to arrive at the total cost function. 3

ज्ञात आगत माँग (कंटिनजंट) का उपयोग करते हुए कुल लागत फलन निरूपित कीजिए।

7. (a) Let demand function be $q = ap^b$; where q is output and p is price of output.

यदि माँग फलन $q = ap^b$; जहाँ q उत्पादन की मात्रा तथा p उत्पादन की कीमत है।

(i) What is the economic interpretation of b ? Verify using the demand curve. 2

b की आर्थिक व्याख्या क्या है ? मांग वक्र का उपयोग करते हुए सत्यापित करें।

(ii) When is MR positive and/or negative ? Relate this to'b'. 3

MR कब धनात्मक और/या ऋणात्मक है ? इसको b से संबंधित करें।

(iii) If a firm is maximizing its profit, where will it produce ? Explain in terms of elasticity of demand. 3

यदि एक फर्म अपने लाभ को अधिकतम कर रही है, तो यह कहाँ उत्पादन करेगी ? मांग की लोच के संदर्भ में समझाइये।

(b) Let $q=AK^{2/5}L^{2/5}$; (where q is quantity of output, K = units of capital and L = units of labour). Derive the input demand function in terms of price of output (P), price of labour (w) and price of capital (v).

7

यदि $AK^{2/5}L^{2/5}$; (जहाँ q उत्पादन की मात्रा है, K = पूँजी की इकाइयाँ और L = श्रम की इकाइयाँ है)। उत्पाद कीमत (p), श्रम की कीमत (w) और पूँजी की कीमत (v) के संदर्भ में आगत माँग फलन ज्ञात कीजिए।

This question paper contains **15** printed pages]

Roll No. | | | | | | | | | | | |

DESHBANDHU COLLEGE ★ LIBRARY ★ Kalkaji, New Delhi-19

17

S. No. of Question Paper : **7496**

Unique Paper Code : **12271302** IC

Name of the Paper : **Intermediate Macroeconomics-I**

Name of the Course : **B.A. (Hons.) Economics, CBCS-Core**

Semester : **III** 2018

Duration : **3 Hours** Maximum Marks : **75**

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

(इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।)

Note :–Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी :– इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी **या** हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

All questions are to be attempted.

Attempt any *two* parts of each question.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न में से किन्हीं **दो** भागों का उत्तर दीजिए।

P.T.O.

1 (*a*) (*i*) Consider the goods market equilibrium condition in a closed economy, $S + TA - TR = I + G$. (Notations have their standard meanings). Use this equation to explain why, in the classical case a fiscal expansion must lead to full crowding out. Explain using the same equation, what happens to the economy when there is less than full employment. (In both cases assume that there is no monetary accommodation).

(*ii*) Discuss the role of the parameters h (interest sensitivity of money demand), b (interest sensitivity of investment), k (income sensitivity of money demand) in the transmission mechanism, linking an increase in government spending to the resulting change in income, using the expression of the fiscal policy multiplier in the IS-LM model. 3+4½

(*b*) (*i*) Consider two alternative contractionary economic policies. One is the removal of an investment subsidy : the other is a rise in income tax rates. Use the normal IS-LM schedules to discuss the impact of these alternative policies on income, interest rates and investment.

(*ii*) Distinguish between strict quantity theory of money and monetarism. What type of statistical evidence would you need to collect in order to support or refute the major argument of monetarism. 4+3½

(*c*) Suppose the government undertakes a balanced budget increase in spending. Government spending rises from G to G′, and there is an accompanying increase in tax rates so that at the initial level of output the budget remains balanced.

(*i*) Show the effect on the AD schedule.

(*ii*) Discuss the effect of the balanced budget policy on output and prices in the Keynesian case.

(*iii*) Discuss the effect on output and prices in the classical case.

(*iv*) Answer part (*i*) when there is only an increase in the tax rate with unchanged G. 2+2+2+1½

(*a*) (*i*) एक बन्द अर्थव्यवस्था में वस्तु बाजार में साम्यावास्था (equilibrium) की शर्त, $S + TA - TR = I + G$ पर विचार कीजिए। इस समीकरण की सहायता से समझाइए कि क्लासिकीय केस में राजकोषीय प्रसरण के परिणामस्वरूप

निश्चित रूप से पूर्ण क्राउडिंग आउट होगी। इसी समीकरण की सहायता से यह भी समझाइए कि जब रोजगार का स्तर पूर्ण रोजगार से कम होता है तब अर्थव्यवस्था पर क्या प्रभाव पड़ता है, (दोनों ही मामलों में मान लीजिए कि मौद्रिक नीति में कोई सहायक परिवर्तन (accommodation) नहीं किया जाता है।)

(*ii*) IS-LM मॉडल में राजकोषीय नीति गुणक के व्यंजक की सहायता से सरकारी व्यय में वृद्धि को इसके परिणामस्वरूप आय में होने वाली वृद्धि से जोड़ने वाली संचरण प्रणाली (transmission mechanism) में प्राचलों h (मुद्रा की माँग की ब्याज के प्रति संवेदनशीलता), b (निवेश की ब्याज के प्रति संवेदनशीलता) व k (मुद्रा की माँग की आय के प्रति संवेदनशीलता) की भूमिका का विवेचन कीजिए।

(*b*) (*i*) दो वैकल्पिक संकुचनकारी (contractionary) आर्थिक नीतियों पर विचार कीजिए। एक है निवेश अनुदान का हटाया जाना तथा दूसरी है आयकर की दरों में वृद्धि। सामान्य IS-LM वक्रों की सहायता से इन वैकल्पिक नीतियों के परिणामस्वरूप आय, ब्याज दरों व निवेश पर पड़ने वाले प्रभावों का विवेचन कीजिए।

(*ii*) मुद्रा के सख्त परिमाण सिद्धान्त (strict quantity theory of money) व मौद्रिकतावाद (monetarism) के मध्य अन्तर स्पष्ट कीजिए। मौद्रिकतावाद के प्रमुख तर्क का समर्थन या खण्डन हेतु आप किस प्रकार का सांख्यिकीय प्रमाण एकत्र करेंगे ?

(*c*) मान लीजिए कि सरकार बजट को सन्तुलित रखते हुए व्यय में वृद्धि (balanced budget increase in spending) करती है। सरकारी व्यय G से बढ़कर G′ हो जाता है तथा इसके साथ कर की दरों में भी इस प्रकार वृद्धि हो जाती है जिससे उत्पाद के प्रारम्भिक स्तर पर बजट सन्तुलित रहता है।

(*i*) AD वक्र पर प्रभाव को दर्शाइए।

(*ii*) केन्ज़ीय मामले में सन्तुलित बजट नीति के परिणामस्वरूप उत्पाद व कीमतों पर पड़ने वाले प्रभाव का विवेचन कीजिए।

(*iii*) उत्पाद व कीमतों पर क्लासिकीय मामले में पड़ने वाले प्रभाव का विवेचन कीजिए।

(*iv*) यदि केवल कर की दर में वृद्धि हो तथा G अपरिवर्तित रहे तो भाग (*i*) का उत्तर दीजिए।

2. (*a*) Assume that the economy starts at the natural level of output and there is a decline in government expenditure.

(*i*) Using the AD - AS and IS - LM diagram, show what happens to output, price level, interest rate and investment in the short run and medium run.

(*ii*) What happens to the unemployment rate in the short run and in the medium run ?

6+1½

(*b*) (*i*) How does an individual get rid of the 'signal extraction' problem ? What is the effect of this problem on the labor supply curve ?

(*ii*) What are the properties of rational expectations ?

3½+4

(*c*) (*i*) Under what circumstances, according to the Keynesian IS-LM model, changes in goverment expenditure would not be necessary to offset fluctuations in private spending. Why, according to the Keynesians, this is an unlikely scenario ?

(*ii*) Explain why the model inconsistency problem exists in adaptive expectations.

4+3½

(*a*) मान लीजिए कि अर्थव्यवस्था उत्पाद के प्राकृतिक स्तर से शुरूआत करती है तथा सरकारी व्यय में गिरावट होती है,

(*i*) AD - AS व IS - LM रेखाचित्र की सहायता से दर्शाइए कि लघुकाल व मध्यकाल में उत्पाद, कीमत स्तर, ब्याज दर व निवेश पर क्या प्रभाव पड़ता है ?

(*ii*) बेरोजगारी की दर पर लघुकाल व मध्यकाल में क्या प्रभाव पड़ता है ?

(*b*) (*i*) संकेत निष्कर्षण की समस्या (signal extraction problem) से किस प्रकार छुटकारा पाया जाता है ? इस समस्या का श्रम आपूर्ति वक्र पर क्या प्रभाव होता है ?

(*ii*) तर्कसंगत प्रत्याशाओं (rational expectations) के क्या गुणधर्म हैं ?

(*c*) (*i*) केन्ज़ीय IS-LM मॉडल के अनुसार किन परिस्थितियों में निजी व्यय में उतार-चढ़ाव के प्रभाव को निरस्त (offset) करने हेतु सरकारी व्यय में वृद्धि आवश्यक नहीं होगी ? केन्ज़ीय अर्थशास्त्रियों के अनुसार यह एक असम्भाव्य स्थिति क्यों है ?

(*ii*) समझाइए कि अनुकूलनशील प्रत्याशाओं (adaptive expectations) में मॉडल असुसंगतता (model inconsistency) की समस्या का अस्तित्व क्यों होता है ?

3. (*a*) Suppose the Okun's law for country X is given by :

$$u_t - u_{t-1} = -0.4(g_{yt} - 3\%)$$

(*i*) What growth rate of output leads to an increase in the unemployment rate of 1 percentage point per year ? How can the unemployment rate increase even though the growth rate of output is positive ?

(*ii*) What yearly rate of growth of output do we need if we want to decrease unemployment by two percentage points over the next four years ?

(*iii*) Suppose that the country experiences a second baby boom. How do you expect Okun's law to change if the rate of growth of the labor force increases by two percentage points ? Explain. 3+2½+2

(*b*) Suppose the Phillips curve is given by $\pi_t = \pi_t^e + 0.1 - 2u_t$ where $\pi_t^e = \theta\pi_{t-1}$. Assume θ is equal to zero. Suppose that the rate of unemployment is initially equal to the natural rate. In year t the authorities decide to bring the unemployment rate down to 3% and hold it forever,

(*i*) What is the natural rate of unemployment ?

(*ii*) Determine the rate of inflation in years t, $t+1$, $t+2$.

(*iii*) Is the assumption $\theta = 0$ justified ? Explain. Answer the same for $\theta = 1$. 2½+2½+2½

(*c*) Suppose that the Phillips curve is given by $\pi_t - \pi_t^e = -(u_t - 5\%)$ and the expected inflation is given by $\pi_t^e = \pi_{t-1}$.

(*i*) What is the sacrifice ratio of the economy ? Suppose that unemployment is initially equal to the natural rate and $\pi = 12\%$. The central bank decides

that 12% inflation is too high and that starting in year t, it will maintain the unemployment rate one percentage point above the natural rate of unemployment until the inflation rate is decreased to 2%.

(*ii*) Compute the rate of inflation for years t, $t+1$, $t+2$.

(*iii*) For how many years must the central bank keep the unemployment rate above the natural rate of unemployment ? Is the implied sacrifice ratio consistent with your answer to (*i*).

(*iv*) What advice should you give to a central bank if it wants to achieve the same results quickly ?

1+3+2+1½

(*a*) मान लीजिए कि देश X हेतु ओकन का नियम निम्न प्रकार है :

$$u_t - u_{t-1} = -0.4(g_{yt} - 3\%)$$

(*i*) उत्पाद की किस वृद्धि दर से बेरोजगारी की दर में प्रतिवर्ष 1 प्रतिशत बिन्दुओं की वृद्धि होगी ? उत्पाद की वृद्धि दर के धनात्मक रहने के बावजूद बेरोजगारी की दर किस प्रकार बढ़ सकती है ?

(*ii*) यदि हम चाहते हैं कि बेरोजगारी की दर में अगले चार वर्ष में दो प्रतिशत बिन्दुओं की गिरावट हो तो उत्पाद की किस वार्षिक वृद्धि दर की आवश्यकता होगी ?

(*iii*) मान लीजिए कि देश में बच्चों के जन्म में दूसरा उछाल (second baby boom) आता है। यदि श्रम शक्ति की वृद्धि दर में दो प्रतिशत बिन्दुओं की वृद्धि होती है तो आप ओकन के नियम में क्या परिवर्तन अपेक्षित करते हैं ? समझाइए।

(*b*) मान लीजिए कि फिलिप्स वक्र निम्न प्रकार है : $\pi_t = \pi_t^e + 0.1 - 2u_t$ जहाँ $\pi_t^e = \theta\pi_{t-1}$. मान लीजिए कि θ का मान शून्य है। मान लीजिए कि बेरोजगारी की दर प्रारम्भ में अपनी प्राकृतिक दर के बराबर है। वर्ष t में प्राधिकारी बेरोजगारी की दर को कम करके 3% पर लाने व उसे हमेशा के लिए इस स्तर पर रखने का निर्णय करते हैं :

(*i*) बेरोजगारी की प्राकृतिक दर क्या है ?

(*ii*) वर्षों t, $t+1$, $t+2$ में स्फीति की दर ज्ञात कीजिए।

(*iii*) क्या $\theta = 0$ की मान्यता तर्कसंगत है ? समझाइए। $\theta = 1$ हेतु भी इस प्रश्न का उत्तर दीजिए।

(*c*) मान लीजिए कि फिलिप्स वक्र $\pi_t - \pi_t^e = -(u_t - 5\%)$ है तथा प्रत्याशित स्फीति दर $\pi_t^e = \pi_{t-1}$.

(*i*) इस अर्थव्यवस्था हेतु त्याग अनुपात (sacrifice ratio) क्या है ?

मान लीजिए कि बेरोजगारी प्रारम्भ में अपनी प्राकृतिक दर पर है तथा $\pi = 12\%$. केन्द्रीय बैंक निर्णय करता है कि 12% स्फीति दर काफी अधिक है तथा वर्ष t से प्रारम्भ करके वह बेरोजगारी की दर को तब तक उसकी प्राकृतिक दर से एक प्रतिशत बिन्दु ऊपर रखेगा, जब तक कि स्फीति दर कम होकर 2% पर नहीं आ जाती।

(*ii*) वर्षों t, $t+1$, $t+2$ हेतु स्फीति दर की गणना कीजिए।

(*iii*) केन्द्रीय बैंक को बेरोजगारी की दर को कितने वर्षों तक उसकी प्राकृतिक दर से ऊपर रखना पड़ेगा ? क्या इसमें निहित त्याग अनुपात भाग (*i*) में आपके उत्तर के अनुरूप है ?

(*iv*) यदि केन्द्रीय बैंक यही परिणाम जल्दी से प्राप्त करना चाहे तो आप उसे क्या सलाह देंगे ?

4. (*a*) (*i*) Consider an economy characterised by fixed exchange rate, flexible domestic price level and fixed foreign price level. Suppose the economy was initially at full employment and trade balance. However, a fall in exports resulted in unemployment and trade deficit. Using the AD-AS framework explain how the problems can be overcome automatically.

(*ii*) What is the shortcoming of this process ?

(*iii*) What is the impact of an open market purchase of bonds on the adjustment process ? 4+1½+2

(*b*) 'A nation loses control over money supply under fixed exchange rate regime with perfect capital mobility (at constant prices), thus making monetary policy completely ineffective in changing output. However fiscal policy is fully effective in this case'. Do you agree ? Explain. 7.5

(*c*) (*i*) How does domestic money supply vis-a-vis the foreign money supply determine the exchange rate in the monetary approach to exchange rate determination ?

(*ii*) How does a BOP deficit arise according to the Monetary Approach under a fixed exchange rate regime ? 4½+3

(*a*) (*i*) स्थिर विनिमय दर, लचीले घरेलू कीमत स्तर तथा स्थिर विदेशी कीमत स्तर वाली एक अर्थव्यवस्था पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि अर्थव्यवस्था प्रारम्भ में पूर्ण रोजगार व व्यापार सन्तुलन की अवस्था में थी। परन्तु निर्यातों में गिरावट के कारण बेरोजगारी व व्यापार

घाटा उत्पन्न होते हैं। AD-AS तन्त्र की सहायता से समझाइए कि ये समस्याएँ किस प्रकार स्वतः ही (autómatically) हल हो सकती हैं।

(*ii*) इस प्रक्रिया की क्या कमी है ?

(*iii*) खुले बाजार में अनुबन्ध-पत्रों (bonds) की खरीद का इस समायोजन प्रक्रिया पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

(*b*) 'पूँजी की पूर्ण गतिशीलता के साथ स्थिर विनिमय दर प्रणाली (स्थिर कीमतों पर) के अन्तर्गत एक राष्ट्र मुद्रा की आपूर्ति पर नियन्त्रण खो देता है, और इस प्रकार मौद्रिक नीति उत्पाद को परिवर्तित करने में पूर्णतः अप्रभावी हो जाती है परन्तु इस स्थिति में राजकोषीय नीति पूर्णतः प्रभावी होती है।' क्या आप इस बात से सहमत हैं ? समझाइए।

(*c*) (*i*) विनिमय दर निर्धारण के मौद्रिक दृष्टिकोण के अनुसार किस प्रकार विदेशी मुद्रा की आपूर्ति की तुलना में घरेलू मुद्रा की आपूर्ति विनिमय दर को निर्धारित करती है ?

(*ii*) मौद्रिक दृष्टिकोण के अनुसार स्थिर विनिमय दर प्रणाली के अन्तर्गत भुगतान सन्तुलन में घाटा किस प्रकार उत्पन्न होता है ?

5. (*a*) (*i*) Explain the difference between absolute and relative PPP. Discuss why relative PPP tends to predict undervalued exchange rate for developing countries.

(*ii*) Discuss the J curve. 4+3½

(*b*) Assuming uncovered interest parity condition and expected appreciation of foreign currency to be zero initially, explain why the exchange rate overshoots its long run equilibrium in response to an unexpected increase in domestic money supply. 7½

(*c*) (*i*) Briefly explain how foreign exchange risk leads to an opportunity of hedging and speculation.

(*ii*) Find the Covered Interest Arbitrage Margin (CIAM) when the annual rate of interest in the US and India are 8% and 6% respectively. The spot rate is Re. 1/$1 and the one year forward rate is Rs. 0.96/ $1. Explain the relevance of the sign and the absolute value of CIAM. (India : home country, US : foreign country) 4+3½

(*a*) (*i*) निरपेक्ष व सापेक्ष PPP के मध्य अन्तर को समझाइए। सापेक्ष PPP में विकासशील देशों हेतु कम मूल्य वाली (undervalued) विनिमय दर पूर्वकथित करने की प्रवृत्ति क्यों होती है, इसका विवेचन कीजिए।

(*ii*) J वक्र का विवेचन कीजिए।

(*b*) अनाच्छादित ब्याज समता (uncovered interest parity) की शर्त व प्रारम्भ में विदेशी मुद्रा की प्रत्याशित मूल्य-वृद्धि (appreciation) को शून्य मानते हुए समझाइए कि मुद्रा की आपूर्ति में अप्रत्याशित वृद्धि के परिणामस्वरूप विनिमय दर अपने दीर्घकालीन साम्यावस्था स्तर को पार (overshoot) क्यों कर जाती है।

(*c*) (*i*) संक्षेप में समझाइए कि विदेशी विनिमय जोखिम के परिणामस्वरूप किस प्रकार हेजिंग (hedging) व सट्टेबाजी (speculation) के अवसर उत्पन्न होते हैं।

(*ii*) यदि अमेरिका व भारत में वार्षिक ब्याज दरें क्रमशः 8% व 6% हैं तो आच्छादित ब्याज अन्तरपणन लाभ (Covered Interest Arbitrage Margin, CIAM) ज्ञात कीजिए। यदि वर्तमान बाजार में दर (spot rate) Re. 1/$1 तथा एक वर्षीय वायदा बाजार में दर (forward rate) Rs. 0.96/$1 है तो CIAM के चिह्न व निरपेक्ष मान की प्रासंगिकता समझाइए। (भारत : गृह देश, अमेरिका : विदेश)

14/12/18

This question paper contains **16+8** printed pages+**11** tables attached]

DESHBANDHU COLLEGE LIBRARY Kalkaji New Delhi-19
18

Roll No. | | | | | | | | | | |

S. No. of Question Paper : **7497**

Unique Paper Code : **12271303** **IC**

Name of the Paper : **Statistical Methods for Economics**

Name of the Course : **B.A. (Hons.) Economics CBCS-Core**

Semester : **III**

Duration : **3 Hours** Maximum Marks : **75**

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी :—इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी **या** हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Attempt *All* sections.

Candidates are allowed to use simple calculators.

सभी खण्डों के उत्तर दीजिए।

परीक्षार्थियों को साधारण कैलकुलेटर का उपयोग करने की अनुमति है।

Section A

(खण्ड 'अ')

Question No. **1** is compulsory. Attempt any *one* from Questions **2** and **3**.

प्रश्न **1** अनिवार्य है। प्रश्न **2** व **3** में से किसी **एक** का उत्तर दीजिए।

P.T.O.

1. (*a*) Suppose that $P(A) = \frac{1}{8}$ and $P(B) = \frac{1}{4}$, then what is $P(A \cap B)$ and $P(A|B)$ if : 2+2

(*i*) A and B are mutually exclusive events.

(*ii*) A and B are independent events.

(*b*) Descriptive statistics of a data set are given as follows : 1

Mean = 535, Median = 500, Mode = 500, Standard Deviation = 96, Minimum = 220, Maximum = 925, 5th Percentile = 400, 10th Percentile = 430, 90th Percentile = 640, 95th Percentile = 720. What can you conclude about the skewness of the histogram ?

(*a*) मान लीजिए कि $P(A) = \frac{1}{8}$ व $P(B) = \frac{1}{4}$, तो $P(A \cap B)$ व $P(A|B)$ के मान क्या होंगे यदि :

(*i*) A व B परस्पर अपवर्जी (Mutually exclusive) घटनाएँ हैं।

(*ii*) A व B स्वतंत्र घटनाएँ हैं।

(*b*) आँकड़ों के एक समूह के वर्णनात्मक आँकड़े निम्न प्रकार हैं :

माध्य (Mean) = 535, माध्यिका (Median) = 500, बहुलक (Mode) = 500, मानक विचलन (SD) = 96, न्यूनतम मान (Minimum) = 220, अधिकतम मान (Maximum) = 925, 5वाँ शतांश (Percentile) = 400, 10वाँ शतांश = 430, 90वाँ शतांश = 640, 95वाँ शतांश = 720। आप आयतचित्र (Histogram) की विषमता (Skewness) के बारे में क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं ?

2. (*a*) A crime is committed by one of two suspects, A and B. Initially, there is equal evidence against both of them. In further investigation at the crime scene, it is found that the guilty party had a blood type found in 10% of the population. Suspect A does not match this blood type, whereas the blood type of Suspect B is unknown. Given this new information, what is the probability that A is the guilty party ? 5

(*b*) Differentiate between descriptive statistics and inferential statistics. Identify which of the following statements (A or B) is inferential in nature :

(*i*) In a random sample of 300 people in Delhi, 240 read at least one newspaper daily.

A : Eighty percent of people sampled read at least one newspaper daily.

B : Eighty percent of all the people in Delhi read at least one newspaper daily.

(*ii*) In a random sample of 100 students in University of Delhi, 60 students are non-residents of Delhi.

A : Sixty percent of students in University of Delhi are from outside Delhi.

B : Sixty percent of sampled students of Delhi University were from outside Delhi. 3+1+1

(*a*) एक अपराध दो संदिग्ध व्यक्तियों, A व B में से किसी एक ने किया है। प्रारम्भ में दोनों के विरुद्ध बराबर साक्ष्य हैं। अपराध के स्थान पर आगे की जाँच में यह पाया जाता है कि अपराधी पार्टी का रक्त एक ऐसे समूह का है जो कि 10% जनसंख्या में पाया जाता है। संदिग्ध A का रक्त इससे मेल नहीं खाता जबकि संदिग्ध B के रक्त का प्रकार अज्ञात है। इस सूचना के आधार पर इस बात की प्रायिकता क्या है कि दोषी पार्टी A है ?

(*b*) वर्णनात्मक आँकड़ों (Descriptive Statistics) व अनुमानात्मक आँकड़ों (inferential statistics) के मध्य अन्तर स्पष्ट कीजिए। निम्नलिखित कथनों (A या B) में कौनसे प्रकृति से अनुमानात्मक हैं, पहचान कीजिए :

(*i*) दिल्ली में 300 लोगों के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श (Random Sample) में 240 प्रतिदिन कम से कम एक समाचार-पत्र पढ़ते हैं :

A : प्रतिदर्शित लोगों में अस्सी प्रतिशत प्रतिदिन कम से कम एक समाचार-पत्र पढ़ते हैं।

B : दिल्ली में सभी लोगों में अस्सी प्रतिशत प्रतिदिन कम से कम एक समाचार-पत्र पढ़ते हैं।

(*ii*) दिल्ली विश्वविद्यालय के 100 विद्यार्थियों के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श में 60 विद्यार्थी दिल्ली के अनिवासी हैं :

A : दिल्ली विश्वविद्यालय के साठ प्रतिशत विद्यार्थी दिल्ली से बाहर के हैं।

B : दिल्ली विश्वविद्यालय के प्रतिदर्शित विद्यार्थियों में से साठ प्रतिशत दिल्ली से बाहर के हैं।

3. (*a*) Consider an experiment of tossing three unbiased coins. Find :

(*i*) The probability of three heads given a head on the first coin.

(*ii*) The probability of three tails given at least one tail. 2+3

(*b*) A company has 20 employees in human resource department, 10 employees in sales department and 8 in accounts department. The manager wants to select 5 employees for regular feedback exercise and every employee has an equal chance of selection :

(*i*) What is the probability that all the selected workers are from the same department ?

(*ii*) What is the probability that at least one of the departments will be unrepresented in the sample of workers ? 2+3

(*a*) तीन अनभिनत (Unbiased) सिक्कों को उछालने के एक प्रयोग पर विचार कीजिए। निम्नलिखित को ज्ञात कीजिये :

(*i*) यदि यह दिया हुआ है कि पहले सिक्के पर चित (head) आया है तो तीनों पर चित आने की प्रायिकता।

(*ii*) यदि यह दिया हुआ है कि कम से कम एक पट (Tail) है तो तीनों पट आने की प्रायिकता।

(*b*) एक कम्पनी में मानव संसाधन विभाग में 20 कर्मचारी हैं, विक्रय विभाग में 10 कर्मचारी हैं तथा लेखा विभाग में 8 कर्मचारी हैं। प्रबन्धक नियमित रूप से प्रतिक्रिया जानने हेतु 5 कर्मचारियों का चयन करना चाहता है तथा प्रत्येक कर्मचारी के चयन की प्रायिकता बराबर है :

(*i*) इस बात की क्या प्रायिकता है कि सभी चयनित कर्मचारी एक ही विभाग से हैं ?

(*ii*) इस बात की क्या प्रायिकता है कि कम से कम एक विभाग कर्मचारियों के प्रतिदर्श में शामिल होने से वंचित रह जाएगा ?

Section B

(खण्ड 'ब')

Attempt any *two* from Questions **4**, **5** and **6**.

प्रश्न **4**, **5** व **6** में से किन्हीं **दो** के उत्तर दीजिए।

4. (*a*) Consider the cumulative distribution function of a discrete random variable X

$$F(y) = 0 \quad \text{for } x < 1$$

$$= \frac{1}{3} \quad \text{for } 1 \leq x < 4$$

$$= \frac{1}{2} \quad \text{for } 4 \leq x < 6$$

$$= \frac{5}{6} \quad \text{for } 6 \leq x < 10$$

$$= 1 \quad \text{for } x \geq 10$$

Find :

(*i*) $P(X = 10)$

(*ii*) $P(2 < X \leq 6)$

(*iii*) The probability distribution of X. 2+2+2

(*b*) Suppose that the p.d.f. of a continuous random variable Y is as follows : 2+2

$$f(y) = \frac{1}{36}(9 - y^2) \quad \text{for } -3 \leq y \leq 3$$

$$= 0 \quad \text{otherwise}$$

Find :

(*i*) $P(-1 \leq y \leq 2)$

(*ii*) $P(y > 1)$.

(*a*) एक असंतत (discrete) यादृच्छिक चर (Random variable) X के संचयी बण्टन फलन (Cumulative distribution function) पर विचार कीजिए :

$F(y) = 0 \quad x < 1$ हेतु

$= \frac{1}{3} \quad 1 \leq x < 4$ हेतु

$= \frac{1}{2} \quad 4 \leq x < 6$ हेतु

$= \frac{5}{6} \quad 6 \leq x < 10$ हेतु

$= 1 \quad x \geq 10$ हेतु

निम्नलिखित को ज्ञात कीजिये :

(*i*) $P(X = 10)$

(*ii*) $P(2 < X \leq 6)$

(*iii*) X का प्रायिकता बण्टन।

(*b*) मान लीजिए कि एक संतत (Continuous) यादृच्छिक चर Y का p.d.f. निम्न प्रकार है :

$$f(y) = \frac{1}{36}(9 - y^2) \quad -3 \leq y \leq 3 \text{ हेतु}$$

$$= 0 \quad \text{अन्यथा}$$

निम्नलिखित को ज्ञात कीजिये :

(*i*) $P(-1 \leq y \leq 2)$

(*ii*) $P(y > 1)$.

5. (*a*) Suppose that 20% of people do not wear seat belts while driving on highways and are required to be fined. In a random check of 200 vehicles over a month, let X be the number of vehicles fined due to not wearing the seat belt. What is the probability that X is :

(*i*) At least 40

(*ii*) Between 35 and 50. 3+3

(*b*) A random variable X has $E(X) = 10$ and $V(X) = 4$, compute :

(*i*) $E(X^2 + 4X)$

(*ii*) $V(4X + 10)$. 2+2

(*a*) मान लीजिए कि 20% लोग राजमार्गों पर वाहन चलाते समय सीट-बैल्ट का उपयोग नहीं करते हैं तथा उन पर जुर्माना लगाए जाने की आवश्यकता है। मान लीजिए कि एक माह में 200 वाहनों की एक यादृच्छिक जाँच में सीट-बैल्ट न पहने हुए होने के कारण जुर्माना लगाए गए वाहनों की संख्या X है। इस बात की प्रायिकता क्या है कि X का मान :

(*i*) कम से कम 40 है

(*ii*) 35 से 50 के मध्य है।

(*b*) एक यादृच्छिक चर X हेतु $E(X) = 10$ तथा $V(X) = 4$, तो निम्नलिखित की गणना कीजिए :

(*i*) $E(X^2 + 4X)$

(*ii*) $V(4X + 10)$

6. (*a*) On his tour, a night watchman has to open a door in the dark. He has 20 keys, only one of which fits the lock. He makes use of two different methods to open the door :

Method A : He carefully tries the keys one by one to avoid using the same key twice.

Method B : He tries the keys at random.

Define the random variables X_A and X_B as the number of necessary trials to open the door when using method A and B respectively. Work out the probability distribution of X_A and X_B. 3+3

(*b*) Calculate E(X) of the following probability distribution function :

$$f(x) = \frac{2}{3} \quad \text{for } 0 \leq x \leq 1$$

$$= \frac{1}{3} \quad \text{for } 2 \leq x \leq 3$$

$$= 0 \quad \text{elsewhere.}$$ 4

(*a*) एक रात्रि प्रहरी को अपने दौरे में अन्धेरे में एक दरवाजा खोलना होता है। उसके पास 20 चाबियाँ हैं, जिनमें से केवल एक उस ताले में फिट बैठती है। वह ताला खोलने हेतु दो अलग-अलग विधियों का उपयोग करता है।

विधि A : वह सावधानीपूर्वक अपनी चाबियों को एक एक करके उपयोग करता है ताकि एक ही चाबी को दो बार उपयोग करने से बचा जा सके।

विधि B : वह चाबियों को यादृच्छिक रूप से उपयोग करता है।

यादृच्छिक चरों X_A व X_B को क्रमशः विधियों A व B से ताले को खोलने हेतु आवश्यक प्रयासों की संख्या के तौर पर परिभाषित कीजिए। X_A व X_B के प्रायिकता बण्टन ज्ञात कीजिए।

(*b*) निम्नलिखित प्रायिकता बण्टन फलन हेतु E(X) की गणना कीजिए :

$$f(x) = \frac{2}{3} \quad 0 \le x \le 1 \text{ हेतु}$$

$$= \frac{1}{3} \quad 2 \le x \le 3 \text{ हेतु}$$

$$= 0 \quad \text{अन्यथा}$$

Section C
(खण्ड 'स')

Attempt any *two* from Questions 7, 8 and 9.
प्रश्न 7, 8 व 9 में से किन्हीं **दो** के उत्तर दीजिए।

7. (*a*) If X and Y have the joint probability mass function as $p(-1, 0) = 0$, $p(-1, 1) = 1/4$, $p(0, 0) = 1/6$, $p(0, 1) = 0$, $p(1, 0) = 1/12$ and $p(1, 1) = 1/2$; show that :

(*i*) $\text{Cov}(X, Y) = 0$

(*ii*) The two random variables are not independent. 3+3

(*b*) Differentiate between a parameter and a statistic. Which of the following are statistic and why ?

(*i*) $\Sigma \frac{(X_i - \mu)}{\sigma}$

(*ii*) $\Sigma \frac{(X_i - X)}{n}$

(*iii*) $\Sigma \frac{X_i}{n}$

(*iv*) $\frac{\max(X_i - \mu) - \min(X_{i-\mu})}{n}$ 2+2

(*a*) यदि X व Y का संयुक्त प्रायिकता पिण्ड फलन (Joint probability mass function) निम्न प्रकार है :

$p(-1, 0) = 0$, $p(-1, 1) = 1/4$, $p(0, 0) = 1/6$, $p(0, 1) = 0$, $p(1, 0) = 1/12$ तथा $p(1, 1) = 1/2$ दर्शाइए कि :

(*i*) $\text{Cov}(X, Y) = 0$

(*ii*) दोनों यादृच्छिक चर स्वतन्त्र नहीं हैं।

(*b*) प्राचल (Parameter) व प्रतिदर्शज (Statistic) के मध्य अन्तर स्पष्ट कीजिए। निम्नलिखित में से कौन-कौन से प्रतिदर्शज हैं, व क्यों ?

(*i*) $\Sigma \frac{(X_i - \mu)}{\sigma}$

(*ii*) $\Sigma \frac{(X_i - X)}{n}$

(*iii*) $\Sigma \frac{X_i}{n}$

(*iv*) $\frac{\max(X_i - \mu) - \min(X_{i-\mu})}{n}$

8. (*a*) If the joint probability distribution of X and Y is given by :

$$f(x, y) = c(x^2 + y^2)$$

for $x = -1, 0, 1, 3$ and $y = -1, 2, 3$

(*i*) Find the value of c

(*ii*) Calculate P $(X + Y > 2)$

(*iii*) Find the conditional distribution of Y for $x = 1$. 2+2+2

(*b*) Consider the population with mean 82 and the standard deviation 12 :

(*i*) If a random sample of size 64 is selected, what is the probability that the sample mean will lie between 80.8 and 83.2 ?

(*ii*) With a random sample of size 100, what is the probability that the sample mean will lie between 80.8 and 83.2 ?

(*iii*) How does the increase in sample size affect the probability ? 2+1+1

(*a*) यदि X व Y का संयुक्त प्रायिकता बण्टन निम्न प्रकार है :

$$f(x, y) = c(x^2 + y^2)$$

$x = -1, 0, 1, 3$ व $y = -1, 2, 3$ हेतु, तो

(*i*) c का मान ज्ञात कीजिए

(*ii*) P(X + Y > 2) की गणना कीजिए

(*iii*) Y का $x = 1$ हेतु सशर्त बण्टन (Conditional distribution) ज्ञात कीजिए।

(*b*) एक ऐसी समष्टि पर विचार कीजिए जिसका माध्य 82 है तथा मानक विचलन 12 है :

(*i*) यदि आकार 64 का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श चयनित किया जाता है, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि प्रतिदर्श माध्य 80.8 व 83.2 के मध्य होगा ?

(*ii*) यदि यादृच्छिक प्रतिदर्श का आकार 100 है, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि प्रतिदर्श माध्य 80.8 व 83.2 के मध्य होगा ?

(*iii*) प्रतिदर्श के आकार में वृद्धि प्रायिकता को किस प्रकार प्रभावित करती है ?

9. (*a*) A firm sells commodities X and Y at prices Rs. 10 and Rs. 2 respectively and a fixed cost C is incurred in the process. If the expected sales and variance of X are 100 and 25 and for Y are 200 and 64 respectively, find the expected value and standard deviation of the revenue of firm given that the covariance of sales of X and Y is –2. 3

(*b*) Two independent experiments are run in which two different types of paint are compared. Eighteen specimens are painted using type A, and the drying time, in hours, is recorded for each. The same is done with type B. The population is normally distributed with standard deviations for both known to be 1.0. Assuming that the mean drying time is equal for the two types of paint, find $P(X_A - X_B > 1.0)$, where X_A and X_B are average drying times for samples of two paints. 3

(*c*) Suppose that X and Y have a discrete joint distribution for which the joint probability mass function is as follows :

$$f(x, y) = \frac{1}{30}(x + y) \quad \text{for } x = 0, 1, 2 \text{ and } y = 0,1,2,3$$

$$= 0 \qquad \text{otherwise}$$

Determine the marginal probability mass functions for X and Y. 4

(*a*) एक फर्म वस्तुओं X और Y को क्रमशः कीमतों 10 रु. व 2 रु. में बेचती है तथा उसे इस प्रक्रिया में एक स्थिर लागत C आती है। यदि X की प्रत्याशित बिक्री व प्रसरण क्रमशः 100 व 25 हैं तथा Y हेतु ये मान क्रमशः 200 व 64 हैं तो फर्म के राजस्व के प्रत्याशित मान व मानक विचलन ज्ञात कीजिए, यदि यह दिया हुआ है कि X व Y की बिक्री के मध्य सहप्रसरण –2 है।

(*b*) दो स्वतन्त्र प्रयोग किए जाते हैं जिनमें दो अलग प्रकार के पेण्ट की तुलना की जाती है। 18 नमूनों पर A प्रकार का पेण्ट किया जाता है तथा प्रत्येक हेतु सूखने में लगने वाली अवधि (घण्टों में) अभिलेखित की जाती है। यही B प्रकार के पेण्ट के साथ किया जाता है। समष्टि का बण्टन प्रसामान्य (Normal) है जिसका मानक विचलन दोनों हेतु 1.0 होना ज्ञात है। यह मानते हुए कि सूखने में लगने वाली अवधि का माध्य दोनों प्रकार के पेण्ट हेतु बराबर हैं, $P(X_A - X_B > 1.0)$ ज्ञात कीजिए, जहाँ X_A व X_B इन दो प्रतिदर्शों हेतु पेण्ट के सूखने में लगने वाली अवधियों के माध्य हैं।

(c) मान लीजिए कि X व Y का असंतत संयुक्त बण्टन है जिस हेतु संयुक्त प्रायिकता पिण्ड फलन (joint probability mass function) निम्न प्रकार है :

$f(x, y) = \frac{1}{30}(x + y)$ $x = 0, 1, 2$ व $y = 0,1,2,3$ हेतु

$= 0$ अन्यथा

X व Y हेतु पार्श्वीय (Marginal) प्रायिकता पिण्ड फलन ज्ञात कीजिए।

Section D

(खण्ड 'द')

Attempt any *two* from Questions **10**, **11** and **12**.

प्रश्न **10**, **11** व **12** में से किन्हीं **दो** के उत्तर दीजिए।

10. (a) How does an increase in the confidence level affect the precision of estimates ? Explain. 2

(b) Let $X_{11}, X_{12}, \ldots X_{1n1}$ and $X_{21}, X_{22}, \ldots X_{2n2}$ be two random samples from the population the following a binomial distribution. The parameter to be estimated is p, defined as the proportion of success in the two

samples. Which of the following is a better point estimate in terms of efficiency and lesser variance ?

(i) $\frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$

(ii) $\frac{\left(\frac{X_1}{n_1}\right) + \left(\frac{X_2}{n_2}\right)}{2}$. 5

(c) Let X be a uniformly distributed random variable over the interval $[0, \theta]$. Find the moment estimator of θ. 3

(a) विश्वास्यता स्तर (Confidence level) में वृद्धि आकलनों (Estimators) की यथार्थता (Precision) को किस प्रकार प्रभावित करती है ? समझाइए।

(b) मान लीजिए $X_{11}, X_{12}, \ldots X_{1n1}$ व $X_{21}, X_{22}, \ldots X_{2n2}$ द्विपद बण्टन (Binomial distribution) वाली एक समष्टि से लिए गए दो यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं। आकलनीय प्राचल p को इन दो प्रतिदर्शों में सफलता की प्रायिकता

के तौर पर परिभाषित किया जाता है। निम्नलिखित में से कौनसा कुशलता (Efficiency) व कम प्रसरण (Variance) के पदों में बेहतर बिन्दु आकलक (Point estimator) है ?

(*i*) $\dfrac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$

(*ii*) $\dfrac{\left(\dfrac{X_1}{n_1}\right) + \left(\dfrac{X_2}{n_2}\right)}{2}$.

(*c*) मान लीजिए कि X, अन्तराल [0, θ] पर समरूप (Uniform) बण्टन वाला एक यादृच्छिक चर है। θ का आघूर्ण आकलक (Moment estimator) ज्ञात कीजिए।

11. (*a*) Suppose a random variable Y has the following pdf :

$$f_y(y; \theta) = \theta k^{\theta} \left(\frac{1}{y}\right)^{\theta+1} \quad y \geq k; \ \theta \geq 1$$

where k is known. Find the maximum likelihood estimator for θ if the information has been collected from a random sample 20 individuals. 5

(*b*) Consider a normal population distribution with the value of σ known :

(*i*) What is the confidence level for the interval $x \pm 2.81\sigma/\sqrt{n}$?

(*ii*) What is the confidence level for the interval $x \pm 1.44\sigma/\sqrt{n}$?

(*iii*) What is the value of $z_{a/2}$ for the confidence interval represented by the confidence level of 99.7% ? 2+2+1

(*a*) मान लीजिए कि एक यादृच्छिक चर Y का pdf निम्न प्रकार है :

$$f_y(y; \theta) = \theta k^{\theta} \left(\frac{1}{y}\right)^{\theta+1} \quad y \geq k; \ \theta \geq 1$$

जहाँ k ज्ञात है। यदि सूचनाएँ 20 इकाइयों वाले एक यादृच्छिक प्रतिदर्श से संग्रहीत की गई हैं तो θ का अधिकतम सम्भाव्यता आकलक (Maximum likelihood estimator) ज्ञात कीजिए।

(*b*) ज्ञात σ वाले प्रसामान्य समष्टि बण्टन पर विचार कीजिए :

(*i*) अन्तराल $x \pm 2.81\sigma/\sqrt{n}$ हेतु विश्वास्यता स्तर क्या है ?

(*ii*) अन्तराल $x \pm 1.44\sigma/\sqrt{n}$ हेतु विश्वास्यता स्तर क्या है ?

(*iii*) विश्वास्यता स्तर 99.7% वाले विश्वास्यता अन्तराल हेतु $z_{a/2}$ का मान क्या है ?

12. (*a*) A sample survey at a supermarket showed that 204 of 300 shoppers regularly use cents-off coupons :

(*i*) Construct a 99% confidence interval for the corresponding true proportion.

(*ii*) Would a 90% confidence interval calculated from the same sample have been narrower or wider than the one calculated in part (*i*) ? Explain the reasoning. 3+2

(*b*) A director of a firm wants to study absenteeism among the employees. The number of days that an employee is absent in a month follows a normal distribution

with mean of 11.2 days and standard deviation of 4.5 days.

(*i*) What sample size is needed so that the 95% confidence interval for the true mean absenteeism has a width of less than 3 days ?

(*ii*) "The calculated confidence interval implies that the true population mean lies in it with probability 95%." Is the statement correct ? Why or why not ? 3+2

(*a*) एक सुपरबाजार में किया गया प्रतिदर्श सर्वेक्षण दर्शाता है कि 300 में से 204 खरीददार सेण्ट्स-ऑफ कूपनों का उपयोग करते हैं :

(*i*) सम्बन्धित वास्तविक अनुपात (True proportion) हेतु 99% विश्वास्यता अन्तराल का निर्माण कीजिए।

(*ii*) इसी प्रतिदर्श से ज्ञात किया गया 90% विश्वास्यता अन्तराल भाग (*i*) में ज्ञात किए गए अन्तराल से चौड़ा होगा या संकरा ? अपने उत्तर के पीछे के कारण को समझाइए।

(*b*) एक फर्म का निदेशक कर्मचारियों में अनुपस्थित रहने की प्रवृत्ति का अध्ययन करना चाहता है। एक माह में कर्मचारी के अनुपस्थित रहने के दिनों की संख्या का बण्टन प्रसामान्य है जिसका माध्य 11.2 दिन है तथा मानक विचलन 4.5 दिन है :

(*i*) वास्तविक माध्य अनुपस्थिति हेतु 95% विश्वास्यता अन्तराल की चौड़ाई 3 दिन से कम हो, इस हेतु किस आकार के प्रतिदर्श की आवश्यकता होगी ?

(*ii*) "ज्ञात विश्वास्यता अन्तराल का तात्पर्य है कि वास्तविक समष्टि माध्य इसमें 95% प्रायिकता के साथ स्थित है।" क्या यह कथन सही है ? क्यों या क्यों नहीं ?